

## СОДЕРЖАНИЕ

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

- Бондаренко И. Б., Каляева Е. А., Кокшаров Д. Н.** Адаптация параметров генетического алгоритма для оптимизации сложных функций ..... 5
- Махов В. Е., Потапов А. И.** Использование алгоритма непрерывного вейвлет-преобразования в системах технического зрения ..... 10
- Волынская А. В.** Особенности преобразования дискретных сигналов в цифровых каналах передачи информации ..... 15

### ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Фуртат И. Б.** Алгоритм субинвариантного управления по выходу линейным структурно неопределенным динамическим объектом ..... 22
- Фоминов И. В., Малетин А. Н.** Алгоритм самонастройки маятникового автоколебательного акселерометра при воздействии периодических возмущений ..... 28

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Овсянников Е. П., Петров С. Е., Юрков К. В.** Сравнительный анализ сложности реализации быстрых цифровых преобразований на RISC-процессорах ..... 34
- Савков С. В., Шишкин В. М.** Разработка системы интервального оценивания информационных рисков ..... 38
- Сизиков В. С., Кривых А. В.** Применение способа эталонных примеров при решении обратной задачи спектроскопии методом регуляризации ..... 44
- Никитин Ю. А.** Математическая модель формирования колебаний с использованием методов пассивного цифрового синтеза ..... 52

### ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

- Янушковский А. Ю., Кривошейкин А. В.** Помехоустойчивость приема сигналов фазоамплитудной модуляции в условиях неидеальности квадратурных каналов ... 58
- Сясько В. А.** Геометрически подобные магнитоиндукционные преобразователи для толщиномеров защитных покрытий ..... 64
- Демин А. В., Войтюк Т. Е.** Концептуальная модель автоматизированной системы контроля и управления процессом разработки многопластовых нефтяных месторождений ..... 70

## ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

**Грамматин А. П., Цыганок Е. А.** Особенности вторичного спектра объективов коллиматоров, работающих в диапазоне длин волн 400—900 нм..... 75

**Трофимов В. А., Прокопенко В. Т., Нагибин Ю. Т., Александров М. Е.** Анализ погрешности измерений векторных характеристик световой волны методом интерференционной поляриметрии ..... 78

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

**Захаров Д. Д.** Программная среда для решения задачи устранения коллимационных искажений при рентгеновском малоугловом рассеянии ..... 82

**Андронов В. Г., Дегтярёв С. В., Клочков И. А., Волобуев Ю. Н.** Координатно-временная модель формирования космических сканерных изображений линейками матриц ПЗС ..... 83

SUMMARY (*перевод Ю. И. Копилевича*)..... 86

## CONTENTS

### INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

- Bondarenko I. B., Kalyaeva E. A., Koksharov D. N.** Adaptation of Parameters of Genetic Algorithm for Complex Function Optimization..... 5
- Makhov V. E., Potapov A. I.** Application of Continuous Wavelet Transform Algorithm in Technical Vision Systems ..... 10
- Volinskaya A. V.** Features of Discrete Signals Transformation in Digital Information Transfer Channels ..... 15

### DEVICES AND SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL

- Furtat I. B.** Algorithm of Subinvariant Control over Output of Linear Structurally Indefinite Dynamic Object ..... 22
- Fominov I. V., Maletin A. N.** Algorithm of Self-Adjustment of Pendulous Auto-Oscillating Accelerometer under the Influence of High-Frequency Periodic Disturbances..... 28

### COMPUTING TECHNIQUE

- Ovsyannikov E. P., Petrov S. E., Yurkov K. V.** Comparative Analysis of Complexity of Fast Digital Transform Realizations on RISC-Processors ..... 34
- Savkov S. V., Shishkin V. M.** Development of Interval Risk Estimation System ..... 38
- Sizikov V. S., Krivykh A. V.** Application of Referent Examples Procedure to the Inverse Spectroscopy Problem Solution by a Regularization Method ..... 44
- Nikitin Yu. A.** Mathematical Model of Oscillation Formation with the Use of Passive Digital Synthesis ..... 52

### ELECTRONIC AND ELECTROMAGNETIC DEVICES

- Yanushkovsky A. Yu., Krivosheikin A. V.** Noise-Immune Receiving of Phase-Amplitude Modulated Signals with Imperfect Quadrature Channels..... 58
- Syasko V. A.** Geometrically Similar Magneto-Inductive Converters for Coating Thickness Gauges..... 64
- Demin A. V., Voytuk T. E.** Conceptual Model of Automated System for Management and Control over Multilayer Oilfield Development ..... 70

### OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

- Grammatin A. P., Tsyganok E. A.** Secondary Chromatic Aberrations of Collimator Lens Operating in 400—900 nm Range..... 75
- Trofimov V. A., Prokopenko V. T., Nagibin Yu. T., Aleksandrov M. E.** Analysis of Errors in Measurement of Light Wave Vector Characteristics by Interference Polarimetry Method..... 78

**BRIEF NOTES**

<b>Zakharov D. D.</b> A Software Environment for Solving the Problem of Elimination of Collimation Distortions in Small-Angle X-Ray Scattering .....	82
<b>Andronov V. G., Degtyarev S. V., Klochkov I. A., Volobuev Yu. N.</b> Coordinate-Temporal Model of Space Scanner Image Formation with CCD Matrix Line.....	83
SUMMARY .....	86

*Editor-in-Chief E. B. Yakovlev*

И. Б. БОНДАРЕНКО, Е. А. КАЛЯЕВА, Д. Н. КОКШАРОВ

## АДАПТАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ

Исследовано влияние параметров разработанного генетического алгоритма на процесс оптимизации сложных функций. Показана взаимосвязь параметров при поиске глобального экстремума сложной функции. Даны рекомендации по использованию генетического алгоритма в подобных задачах.

**Ключевые слова:** генетический алгоритм, вещественное кодирование, пропорциональный отбор, глобальная оптимизация, тестовая функция, функция Растигина, функция Де Йонга, сложность алгоритма.

Генетические алгоритмы (ГА) относятся к методам эволюционного моделирования [1] и используются, наряду с методами нелинейного программирования и перебора, как для решения комбинаторных задач, так и для поиска глобального экстремума функций. В настоящей статье рассматривается концепция выбора основных параметров генетического алгоритма для оптимизации многомерных, мультимодальных функций и придания ему адаптирующих свойств.

Классический ГА базируется на следующих процедурах: отбор, скрещивание и мутация. Задачу оптимизации сложных функций произвольного вида выразим как

$$Q_{\text{опт}} = \text{extr}(Q(X)), \quad Q(X) = Q(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

где  $n$  — количество показателей функции качества  $Q(X)$  готовой системы.

При вещественном кодировании хромосом и их пропорциональном отборе, т.е. когда вероятность отбора хромосомы вычисляется с использованием функции [2]

$$p_i = \frac{f(\text{hr}_i)}{\sum_{i=1}^{N_{\text{hr}}} f(\text{hr}_i)}, \quad (2)$$

где  $f(\text{hr}_i)$  — приспособленность  $i$ -й хромосомы;  $N_{\text{hr}}$  — количество хромосом или размер популяции, возникает следующая дилемма: как подобрать параметры ГА таким образом, чтобы, во-первых, гарантированно найти решение задачи (1), а во-вторых, затратить на это меньше времени.

Параметрами ГА являются:

- вероятность мутации ( $p_m$ );
- точность получения результата;
- количество итераций алгоритма или количество поколений ( $K$ );
- размер популяции ( $N_{\text{hr}}$ ).

В работах, посвященных исследованиям генетического алгоритма [2, 3], авторы сходятся во мнении, что вероятность мутации должна выбираться из диапазона 0,5—1 %. Так как два последних параметра в известных публикациях „оставлены без внимания“, то в настоящей статье именно их оценка и будет произведена. Необходимо отметить, что влияние обоих параметров на время вычислений прямо пропорционально.

В ходе исследований был разработан алгоритм, структурная схема которого приведена на рис. 1.

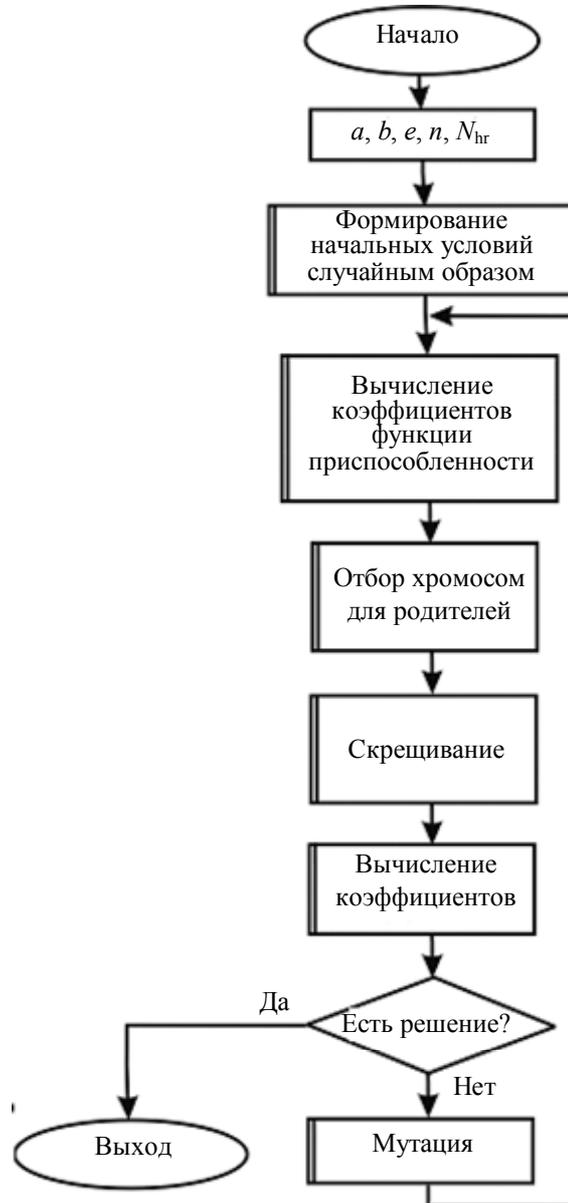


Рис. 1

Для исследования влияния параметров ГА на процесс поиска была выбрана тестовая функция Растригина [2]:

$$Q(X) = 10n + \sum_{i=1}^n \{x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)\}; \quad (3)$$

$$x_i \in (a, b), a = -5,12, b = 5,12.$$

Наличие тригонометрической функции в выражении (3) приводит к образованию множества локальных экстремумов: см. рис. 2, где показана функция Растригина для  $n=2$ . Глобальный экстремум будет находиться в точке  $x_i = 0; i = 1, n$ .

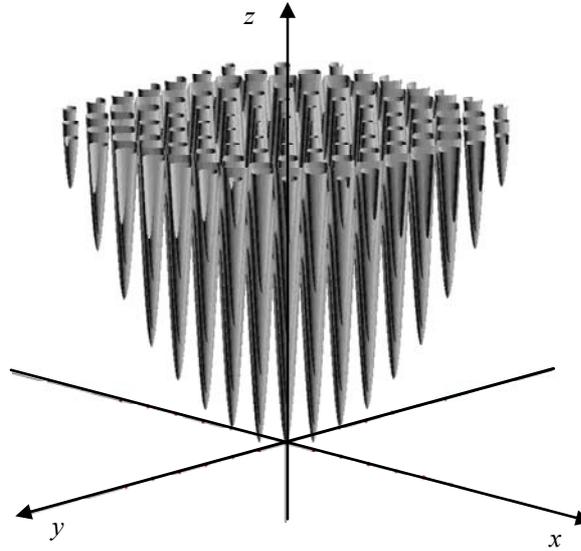


Рис. 2

На основе соотношения (2) и генетического алгоритма (см. рис. 1) была создана программа и исследована тестовая функция вида (3) для ряда значений параметров  $n$  и  $N_{hr}$  при точности  $e = 0,1$  и  $p_m = 0,1$ . Результаты тестирования представлены на рис. 3. (При значениях  $n$ , равных 3 и 5, графики сливаются с осью абсцисс.)

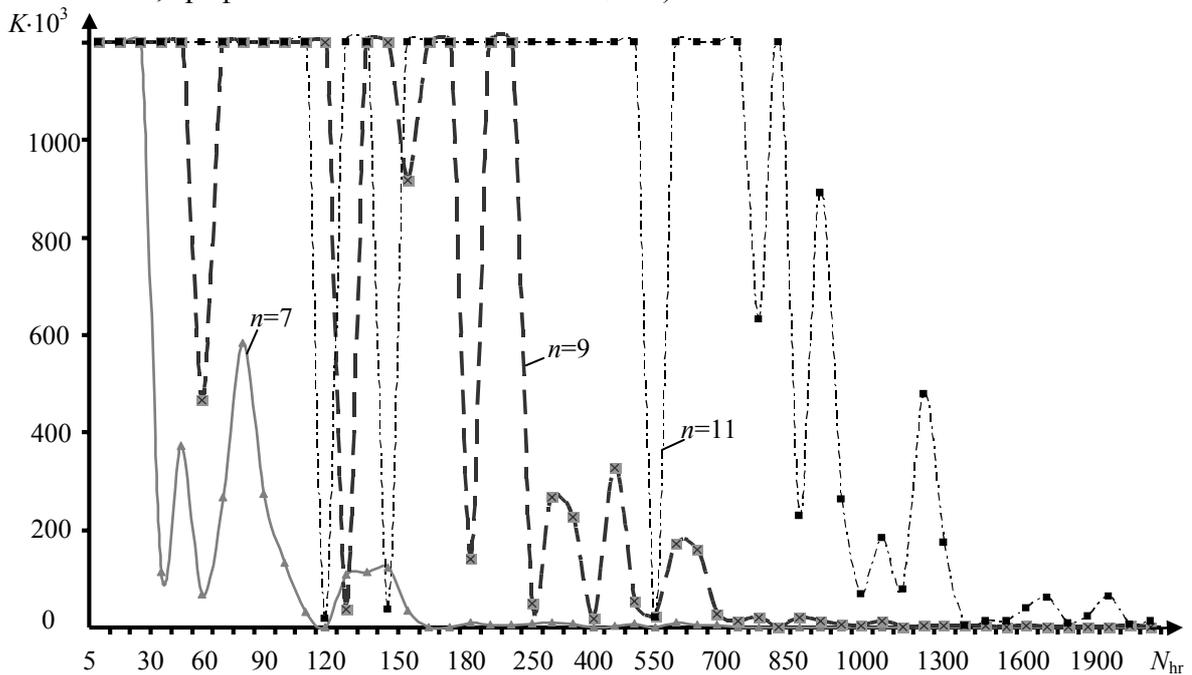


Рис. 3

Значение  $K > 1200$  тыс. было признано неудовлетворительным ввиду значительных временных затрат.

Для сравнения с предыдущим результатом была исследована сферическая функция или тестовая функция Де Йонга 1 [2]

$$Q(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad x_i \in (-5,12; 5,12), \quad (4)$$

имеющая глобальный экстремум в той же точке, что и функция Растригина. Для тех же значений параметров, что и для функции (3), исследование сферической функции привело к результатам, представленным на рис. 4.

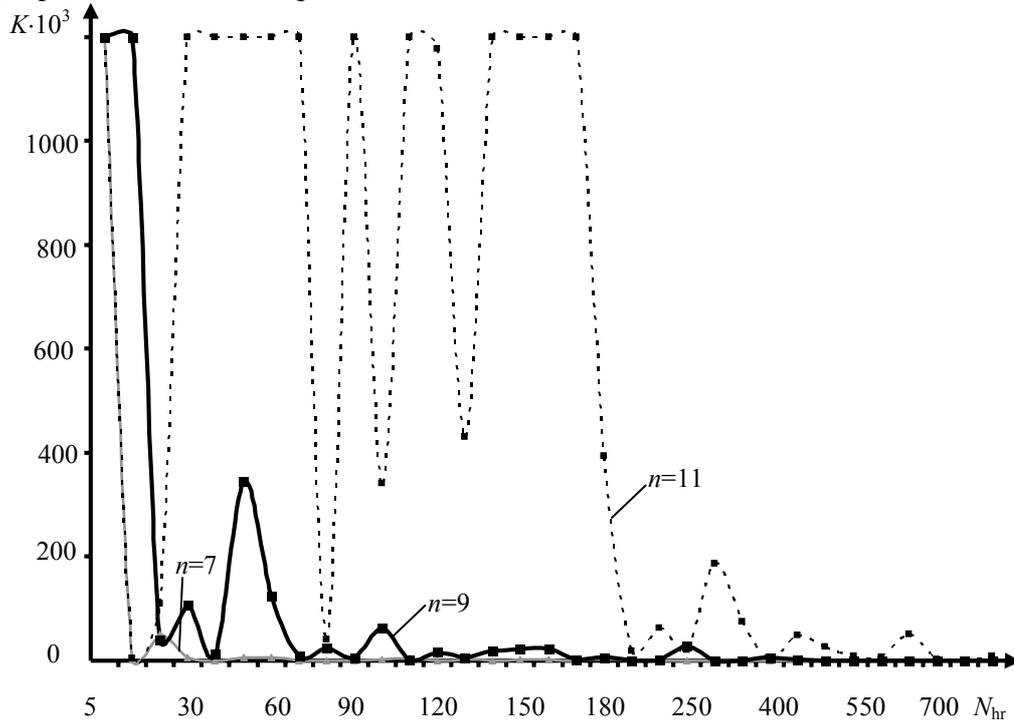


Рис. 4

Исследования тестовых функций, схожих с функцией (4), например гиперэллипсоидной:

$$Q(X) = \sum_{i=1}^n ix_i^2, \quad x_i \in (-5, 12; 5, 12), \quad (5)$$

или повернутой гиперэллипсоидной:

$$Q(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i x_j^2, \quad x_i \in (-65, 536; 65, 536), \quad (6)$$

приводят к результатам, сходным с представленными на рис. 4.

При анализе рис. 3 и 4 возникает вопрос: что выгоднее — увеличивать число хромосом в популяции или количество итераций ГА, т.е. число поколений? Для ответа на этот вопрос была рассчитана сложность разработанного алгоритма:

$$O\{4 N_{hr} n + 8 N_{hr} + N_{hr}^2\}. \quad (7)$$

Ясно, что

$$\lim(O\{4 N_{hr} n + 8 N_{hr} + N_{hr}^2\}) \rightarrow O\{N_{hr}^2\} \quad (8)$$

при больших величинах  $N_{hr}$ .

Следовательно, при увеличении числа хромосом, например, на величину  $w$  сложность алгоритма согласно выражению (8) определяется как

$$O\{(N_{hr} + w)^2\}, \quad (9)$$

а при увеличении числа поколений — как

$$O\{w N_{hr}^2\}. \quad (10)$$

Таким образом, так как сложность алгоритма, рассчитанная по выражению (10), с ростом  $w$  возрастает быстрее, чем при расчете по формуле (9), то выгоднее увеличивать число хромосом.

Окончательно по результатам тестирования можно сделать следующие выводы.

1. Если исследуемая функция многомерная и унимодальная (вида (4)—(6)), то для гарантированного нахождения ее экстремума необходимо, например, 100 тыс. поколений, состоящих из 5—400 хромосом для 3—11 переменных.

2. Если функция многомерная и мультимодальная, например вида (3), то необходимо уже 5—1800 хромосом для 3—11 переменных при том же количестве поколений.

3. Уменьшение числа поколений приводит к необходимости увеличения числа хромосом. При поиске выгоднее увеличивать число хромосом, чем число поколений, несмотря на увеличение размерности массивов и необходимость дополнительной оперативной памяти.

В заключение следует отметить, что результатом данного исследования являются рекомендации по использованию классического генетического алгоритма при поиске экстремума сложных функций. С учетом вышеизложенных аспектов алгоритм можно адаптировать к степени сложности оптимизируемой модели, что позволит повысить скорость решения подобных задач.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко И. Б., Гатчин Ю. А., Соловьев Д. В. Интеллектуальная поддержка выработки оптимальных решений в САПР оптического производства // Тр. Междунар. науч.-техн. конф. „Интеллектуальные системы“ (AIS'08) и „Интеллектуальные САПР“ (CAD-2008). М.: Физматлит, 2008. Т. 1. С. 115—119.
2. Панченко Т. В. Генетические алгоритмы: Учеб. пособие / Под ред. Ю. Ю. Тарасевича. Астрахань: Изд. дом „Астраханский университет“, 2007. 87 с.
3. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы / Под ред. В. М. Курейчика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.

#### Сведения об авторах

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| <b>Игорь Борисович Бондаренко</b>    | — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра проектирования компьютерных систем; E-mail: igorlitmo@rambler.ru |
| <b>Екатерина Анатольевна Каляева</b> | — студентка; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра проектирования компьютерных систем; E-mail: kate4kina@list.ru                   |
| <b>Дмитрий Николаевич Кокшаров</b>   | — канд. техн. наук; ЗАО „НАВИС“, Санкт-Петербург; руководитель проекта; E-mail: drobifmo@yandex.ru   |

Рекомендована кафедрой  
проектирования компьютерных  
систем СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию  
08.02.10 г.

В. Е. МАХОВ, А. И. ПОТАПОВ

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМА НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В СИСТЕМАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ

Рассматривается вопрос использования алгоритма непрерывного вейвлет-преобразования в измерительной системе технического зрения. Исследуются возможности применения различных алгоритмов измерения в условиях неравномерности освещения и расфокусировки изображения. Представлен способ повышения точности определения линейных размеров изображения, базирующийся на использовании метода непрерывного вейвлет-преобразования для детектирования границ изображения.

*Ключевые слова:* системы технического зрения, измерение линейных размеров, вейвлет-преобразование, виртуальный прибор.

Важным вопросом при создании измерительных систем технического зрения остается выбор алгоритма измерения [1]. В реальных условиях трудно получить идеальное изображение контролируемого изделия. На результаты измерений влияют неравномерность освещения, неточность позиционирования объекта контроля, дифракция, дефекты оптики и приемника изображения. В задачах с изменяемыми параметрами качества получаемого изображения подбор и настройки функций алгоритма не всегда обеспечивают предсказуемый результат. Кроме того, использование цифровых камер сравнительно невысокого разрешения ( $640 \times 480$ ,  $1280 \times 1024$ ) совместно с известными алгоритмами измерения не позволяет обеспечить требуемую точность определения размеров изображения контролируемого изделия. Поэтому наибольший интерес представляет разработка помехоустойчивого алгоритма измерений, обладающего высокой точностью, с возможностью определения метрологических характеристик системы технического зрения.

В настоящей статье исследуются возможности системы технического зрения для определения линейных размеров изделий на базе промышленной смарт-камеры NI 1722 фирмы "National Instruments" (NI — США) с использованием алгоритма детектирования границ изображения методом непрерывного вейвлет-преобразования.

Методы вейвлет-анализа [2], в отличие от методов фурье-анализа (частотно-временного анализа), обладают более широкими возможностями исследования неперiodичных функций и детектирования их границ (с выделением областей скачкообразных изменений функции) путем динамического сравнения их с короткими масштабируемыми функциями (вейвлетами). Это дает основания полагать о новых возможностях использования вейвлетов для детектирования границ изображения при построении измерительных систем технического зрения.

Исследования проводились на экспериментальной установке, разработанной на кафедре приборов контроля и систем экологической безопасности Северо-Западного государственного заочного технического университета (СЗТУ — Санкт-Петербург). Внешний вид установки представлен на рис. 1.

Для освещения объекта контроля использовалась осветительная система на базе либо лазерного источника света 1, либо лампы накаливания. Дополнительно для ослабления светового пучка применялся светофильтр 2, а для формирования освещающего пучка лучей — конденсор 3 и линза 4. В качестве контролируемого объекта использовалась регулируемая щель монохроматора 5 ( $d = 0 \dots 0,4$  мм,  $\delta d = 0,001$  мм). В состав оптической проецирующей системы входит микробиообъектив 6, закрепленный в тубусе 7. В качестве тубуса микроскопа использо-

вался осветитель ОИ-21 отраженного света, который применяется при наблюдении непрозрачных и полупрозрачных объектов в отраженном свете в светлом и темном поле. В схеме использовался эпиобъектив  $9\times 0,20$  (длина тубуса 190 мм) с рабочим расстоянием 5,25 мм, что позволяло реализовать подсветку объекта контроля через объектив с помощью дополнительного тубуса 8. В качестве фотоприемника использовалась цифровая смарт-камера 9 (NI 1722). Система освещения и контролируемый объект (щель монохроматора) жестко закреплялись на двухкоординатном столике 10 в рейтере 11 для обеспечения фокусировки микроскопа (наводки на резкость). Оптическая система микроскопа и цифровая камера 9 крепились на отдельном (юстировочном) рейтере 12, что позволяло осуществлять продольную и поперечную подвижку (регулировку по высоте) смарт-камеры, изменяя поле зрения микроскопа.

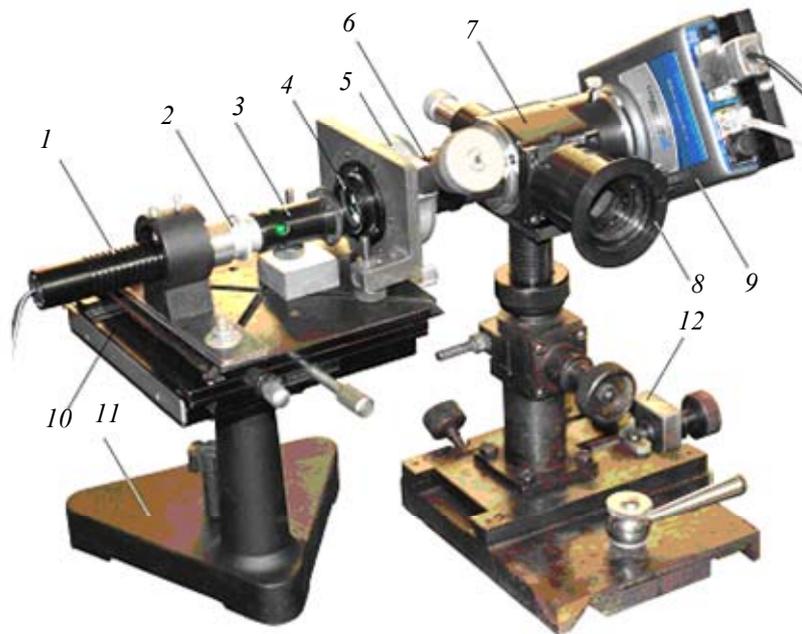


Рис. 1

В ходе эксперимента использовалась операционная система Windows 7, установленная на ноутбук (MacBook Pro 15", 2,4 Гц, 4 Гбайт ОЗУ), среда разработки виртуального прибора — NI LabVIEW 2009, модуль IMAQ Vision, NI Vision Development Module 2009.

Для определения размеров теневого изображения в СЗТУ был разработан исследовательский виртуальный прибор (ВП), структурная схема которого представлена на рис. 2. В виртуальном приборе реализованы следующие измерительные алгоритмы:

— дифференцирование интегрального распределения освещенности (рис. 2, б, блоки 2—10);

— непрерывное вейвлет-преобразование (НВП — CWT — Continuous Wavelet Transform) интегрального распределения освещенности (рис. 2, в, блоки 11—17);

— определение координат прямой края изображения (рис. 2, г, блоки 18—21) — функция модуля IMAQ Vision (Adv. Straight Edge).

Реализация всех алгоритмов предполагает предварительное усредняющее интегрирование (блок 4) распределения освещенности в изображении  $\{I(x_i, y_j)\}$  по высоте в заданной области 3:

$$g_i = g(x_i) = \int_c^{c+h} I(x_i, y_j) dy,$$

где  $c$  — положение области (по координате  $Y$ ),  $h$  — высота области.

ВП осуществляет измерения одновременно по всем указанным алгоритмам (рис. 2, б—з), кроме того, в приборе предусмотрена дополнительная возможность ввода данных с ранее сохраненных файлов изображений (рис. 2, а), что обеспечивает идентичность условий для последующего анализа и определения размеров теневого изображения различными методами при изменении настроек параметров алгоритмов.

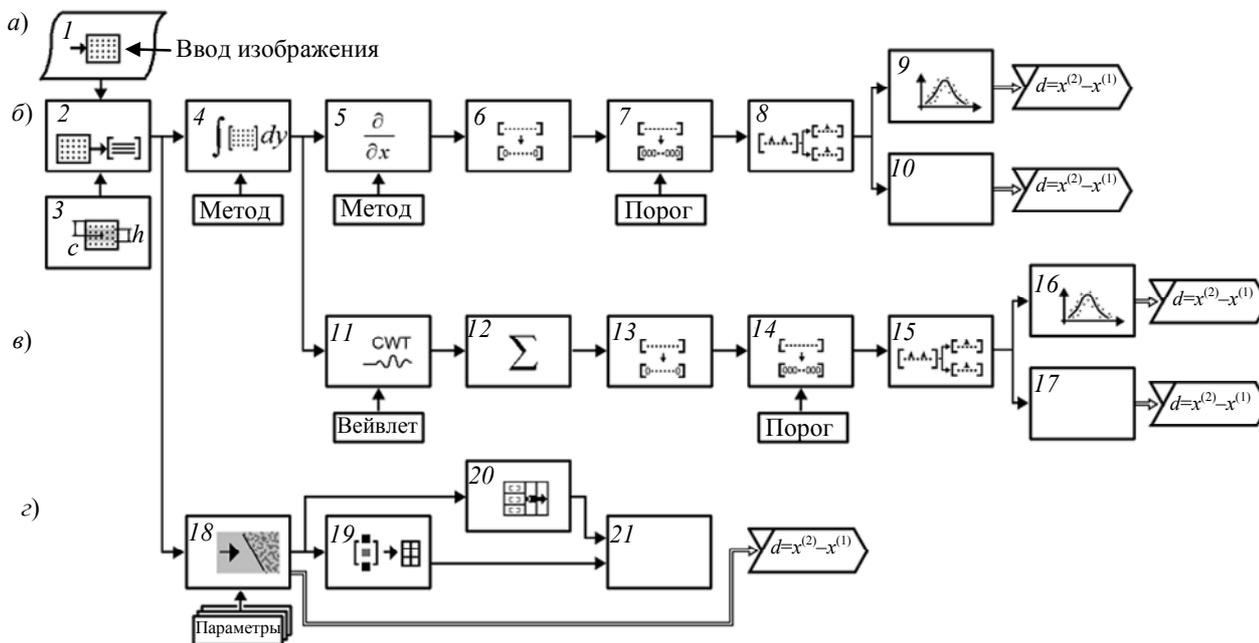


Рис. 2

Для определения координат границ изображения функция  $\{g_i\}_{i=1}^N$  разбивается на две кусочные функции (блоки 8, 15), которые соответствуют правому и левому краям теневого изображения:  $\{g_i^{(1)}\}_{i=1}^{N_1}$ ,  $\{g_i^{(2)}\}_{i=1}^{N_2}$  ( $N = N_1 + N_2$ ):  $\{g_i\}_{i=1}^N = \{g_i^{(1)}\}_{i=1}^{N_1} \cup \{g_i^{(2)}\}_{i=1}^{N_2}$ . Для каждой функции  $g_i^k$  определяются координаты центра тяжести функций (блоки 10, 17) и координаты максимума  $\mu_k$  лучшей аппроксимирующей гауссианы [3] (блоки 9, 16):

$$\bar{x}_k = \left( \int x g^k(x) dx \right) / \left( \int g^k(x) dx \right); \quad g^k[i] = a_k \exp \left( - \frac{(x_k[i] - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} \right) + c_k,$$

здесь  $a_k, \sigma_k, c_k$  — параметры гауссианы.

Линейный размер теневого изображения  $d(q_i)$  при заданных настройках  $q_i$  алгоритма (см. рис 2, б) определяется как для центра тяжести функций:  $d_{\text{average}} = \bar{x}^{(2)} + x(N_1) - \bar{x}^{(1)}$ , так и для координат гауссианы:  $d_{\text{gauss}} = \mu^{(2)} + x(N_1) - \mu^{(1)}$ .

На результат определения координат влияют такие факторы, как методы интегрирования и дифференцирование табличной функции, что вызывает скачки детектирующей функции (шум). Удаление шума достигается компарированием и экстраполяцией (блоки 7, 14).

На рис. 3 представлен пример аппроксимации гауссианой табличных детектирующих функций, полученных методом дифференцирования интегрального распределения освещенности (рис. 3, а, б) и методом НВП (рис. 3, в, з).

Измерения проводились для каждой установленной ширины щели монохроматора при выборе порога отсеки шума (блоки 7, 14 на рис. 2), а также исходя из условия временной устойчивости результата измерения относительно заданного уровня освещения (экспозиции).

Для каждого измерения задавалось положение и высота зоны измерения изображения (область усреднения):  $c + \Delta c$  и  $h$  соответственно ( $\Delta c = 20$  пкс,  $h = 20$  пкс). Характерные зависимости результатов измерения ширины щели  $d(c)$  представлены на графиках (рис. 4): кривые 1—3 соответствуют измерениям, проведенным с использованием стандартного алгоритма модуля технического зрения IMAQ Vision — Adv. Straight Edge для сфокусированного и двух расфокусированных изображений ( $\Delta z = +0,5$  мм,  $\Delta z = 0$ ,  $\Delta z = -0,5$  мм соответственно); кривые 4, 5 — измерениям с использованием алгоритма дифференцирования интегрального распределения освещенности (математическое ожидание и максимум аппроксимирующей гауссианы соответственно); кривые 6, 7 — измерениям с использованием алгоритма НВП (математическое ожидание и максимум аппроксимирующей гауссианы соответственно).

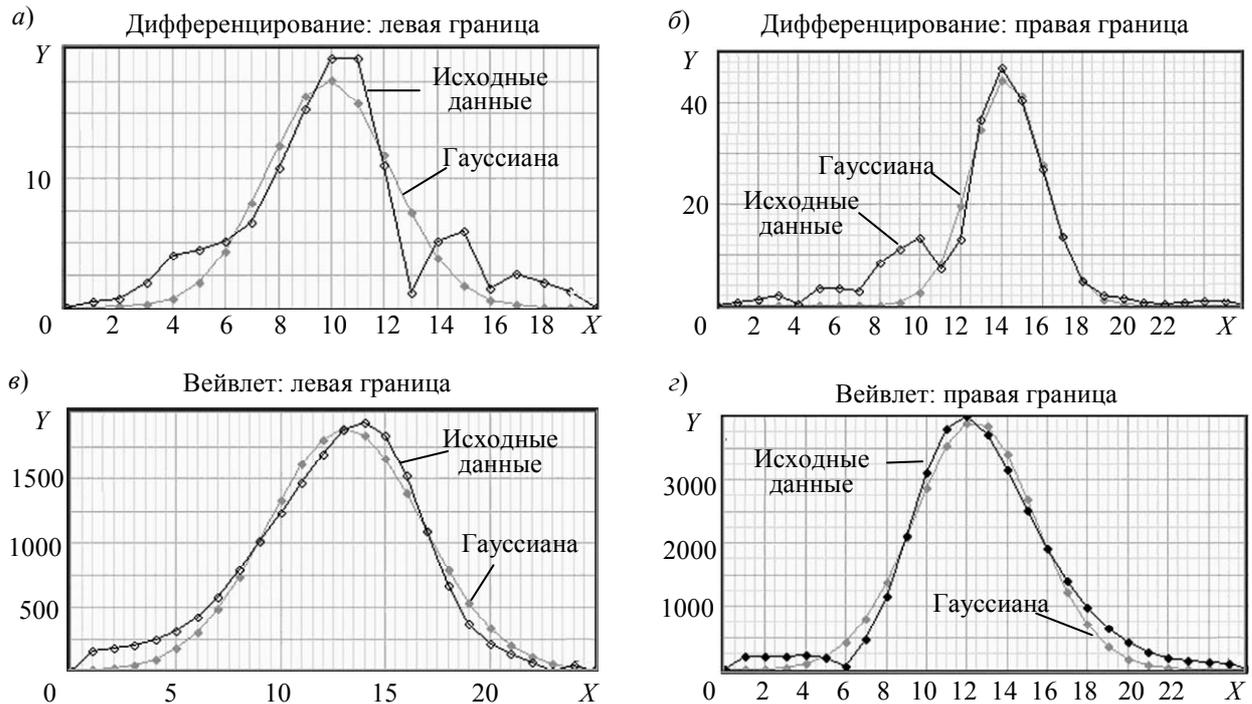


Рис. 3

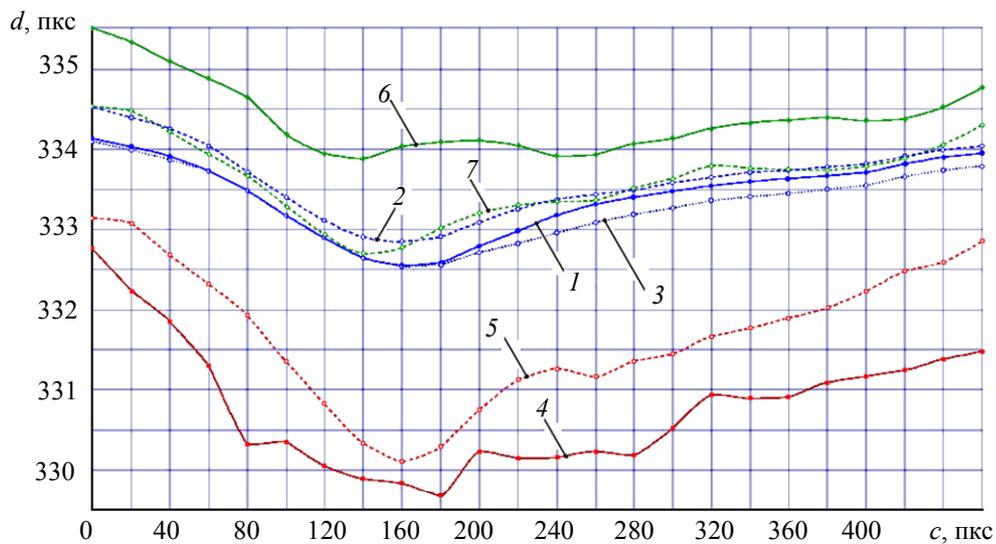


Рис. 4

Как видно из графиков, характер изменения всех кривых достоверно отражает дисторсию оптической системы микроскопа. Кроме того, результат, полученный путем определения

максимума аппроксимирующей гауссианы коэффициентов НВП, почти совпадает со стандартным алгоритмом Adv. Straight Edge.

Исследования точности определения размеров изображения проводились также посредством изменения его освещенности: изменением экспозиции ( $E$ ) и коэффициента усиления ( $G$ ). При использовании методов дифференцирования и НВП результат был стабилен во всем диапазоне изменения параметров, тогда как при использовании стандартного алгоритма наблюдалась существенная разница (0,05 пкс) результатов в зависимости от освещенности изображения. На трехмерном графике (рис. 5, а) представлена зависимость результата измерения ( $\sigma$ ) от координат области усреднения ( $OX$ ) и освещенности ( $OY$ ); двухмерный график (рис. 5, б) позволяет оценить точность измерения в диапазоне изменения освещенности изображения объекта контроля.

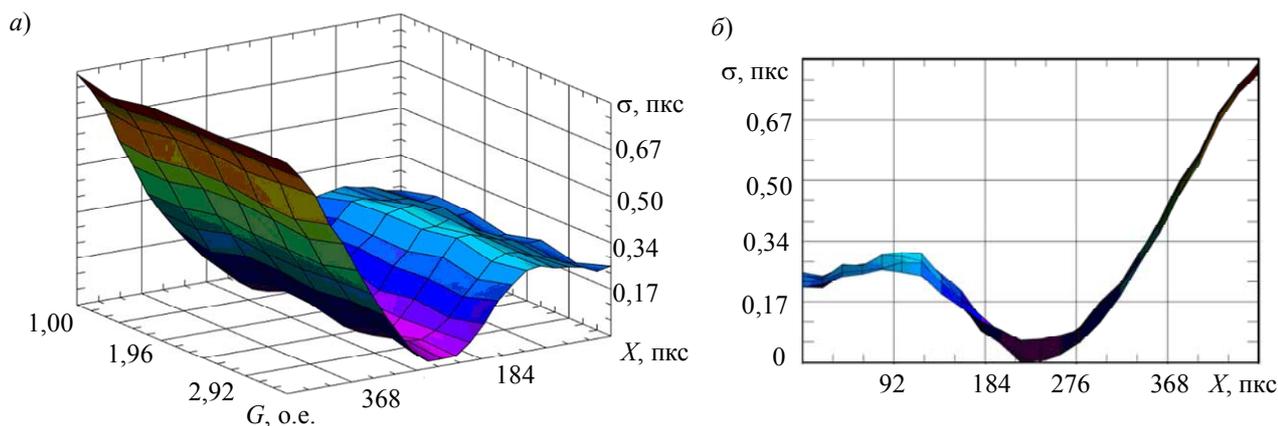


Рис. 5

Таким образом, применение НВП позволяет осуществлять более качественное детектирование краевой границы изображения. Функция SWT-коэффициентов более гладкая, чем функция, полученная дифференцированием. Ширина пиков (всплесков) детектирующей функции, полученной посредством НВП, может быть в несколько раз шире зоны перехода светлого поля в темное. Это обеспечивает более высокую точность определения координат ее максимумов. Дополнительное использование методов регрессионного анализа позволяет в несколько раз повысить точность определения максимумов (границ изображения). Координаты максимумов менее зависимы от значения порога компарирования фонового шума, явления дифракции на границе, изменения уровня подсветки, а также от однородности изображения. Величина максимумов функции SWT-коэффициентов связана с расфокусировкой оптической системы. В широком диапазоне изменения освещенности объекта контроля (при наличии различных дефектов изображения) при различных значениях порога компарирования шума гарантированная точность измерения составляет 0,2 пкс. Метод НВП менее чувствителен к настройкам параметров алгоритма, что позволяет сократить их количество и сделать процесс настройки более прозрачным: это, как следствие, упрощает методику калибровки измерительного прибора.

Метод дифференцирования границ совместно с регрессионным анализом аппроксимирующей функции также позволяет повысить точность определения линейного размера (0,5 пкс), что в два раза выше, чем при использовании стандартных алгоритмов измерений.

Комплексный алгоритм, реализованный в виртуальном приборе контроля и измерения, иллюстрирует работу стандартных алгоритмов детектирования границ изображения, а также возможность применения различных математических методов для обработки изображения. Виртуальный прибор можно использовать с различными цифровыми камерами (USB), например с цифровыми лупами.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при построении контрольно-измерительных систем технического зрения для длительных технологических процессов, например формирования силикатных покрытий [4]. Кроме того, представляется целесообразным использовать результаты исследований для создания лабораторных практикумов, например, по дисциплине „Компьютерные технологии в приборостроении“.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю., Князь В. А. и др. Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW IMAQ Vision. М.: ДМК Пресс, 2007. 464 с.
2. Дьяконов В. П. Вайвлеты. От теории к практике. М.: СОЛОН-Р, 2002. 448 с.
3. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами: Пер. с англ. М.: Мир, 1973. 957 с.
4. Махов В. Е. Использование алгоритмов вейвлет-анализа в исследовании кинетики формирования порошково-обжиговых покрытий // Конструкции из композиционных материалов. 2010. № 3. С. 28—36.

#### Сведения об авторах

- Владимир Евгеньевич Махов** — канд. техн. наук, доцент; Северо-Западный государственный заочный технический университет, кафедра приборов контроля и систем экологической безопасности, Санкт-Петербург; E-mail: wmahov@gambler.ru
- Анатолий Иванович Потанов** — д-р техн. наук, профессор; Северо-Западный государственный заочный технический университет, кафедра приборов контроля и систем экологической безопасности, Санкт-Петербург; E-mail: potanov@nwpi.ru

Рекомендована кафедрой  
приборов контроля и систем  
экологической безопасности

Поступила в редакцию  
03.11.10 г.

УДК 656.25, 621.391.82

А. В. ВОЛЫНСКАЯ

### ОСОБЕННОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В ЦИФРОВЫХ КАНАЛАХ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Показано, что при произвольном выборе дискретных значений сигналов (например, с помощью датчика случайных чисел при компьютерном моделировании) взаимнообратные преобразования по формулам Голдмана некорректны, т.е. обратное преобразование не дает точных значений первоначального сигнала. Предложены уточненные формулы, позволяющие получить абсолютно корректный результат.

**Ключевые слова:** дискретные сигналы, преобразования Фурье, ортогональность.

При функционировании сложных информационно-измерительных комплексов в условиях высокого уровня помех в широком спектре частот необходимо применять взаимные преобразования сигналов с временной области на частотную и обратно. Иными словами, в зависимости от решаемой задачи сигналы в каналах передачи информации можно рассматривать и как функции времени, и как функции частоты, которые однозначно связаны между собой преобразованиями Фурье [1]. Для дискретных сигналов это преобразование можно осуществлять по формулам, предложенным Голдманом [2]:



Вводя ортогональные составляющие спектральной функции

$$A_k \equiv A\left(\frac{2\pi k}{T}\right) = \frac{1}{2F} \sum_{n=0}^{2FT} s(n) \cos \frac{2\pi kn}{2FT}; \quad (7)$$

$$B_k \equiv B\left(\frac{2\pi k}{T}\right) = \frac{1}{2F} \sum_{n=0}^{2FT} s(n) \sin \frac{2\pi kn}{2FT}, \quad (8)$$

рассмотрим следующую сумму:

$$\begin{aligned} s(n) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT} (A_k - jB_k) e^{j\frac{2\pi kn}{2FT}} = \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} \frac{1}{2F} \sum_{i=1}^{2FT} s(i) e^{j\frac{2\pi k(n-i)}{2FT}} = \\ &= \frac{1}{2FT} \sum_{i=0}^{2FT} s(i) \sum_{k=-FT}^{FT-1} \cos \frac{2\pi k(n-i)}{2FT} + j \frac{1}{2FT} \sum_{i=0}^{2FT} s(i) \sum_{k=-FT}^{FT-1} \sin \frac{2\pi k(n-i)}{2FT}. \end{aligned} \quad (9)$$

Второе слагаемое последнего равенства обращается в нуль, так как

$$\sum_{k=-FT}^{FT-1} \sin \frac{2\pi kn}{2FT} = \sum_{k=-FT}^{FT} \sin \frac{2\pi kn}{2FT} - \sin \pi n,$$

где каждое из двух слагаемых равно нулю.

Первое слагаемое равенства (9) можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2FT} \sum_{i=0}^{2FT} s(i) \sum_{k=-FT}^{FT-1} \cos \frac{2\pi k(n-i)}{2FT} = \\ &= \frac{1}{2FT} \sum_{i=0}^{2FT} s(n) \sum_{k=-FT}^{FT-1} \cos 0 + \frac{1}{2FT} \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 1}}^{2FT} s(i) \sum_{k=-FT}^{FT-1} \cos \frac{2\pi k(n-i)}{2FT}. \end{aligned} \quad (10)$$

В свою очередь, первое слагаемое равенства (10) равно  $s(n)$ . Второе слагаемое обращается в нуль при любых  $n$ , кроме  $n = 0$  и  $n = 2FT$ , при которых оно равно  $s(2FT)$  и  $s(0)$  соответственно. Следовательно, равенство (9) обращается в тождество типа  $s(n) \equiv s(n)$  при любых  $n = 0, 1, 2 \dots 2FT$ , если принять, что  $s(0) = s(2FT) = 0$ . Только при этом условии второе слагаемое в уравнении (10) обращается в нуль при всех  $n$ .

Таким образом, точный пересчет отсчетных значений должен производиться по формулам

$$s(n) = \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} \dot{S}_k e^{j\frac{2\pi kn}{2FT}} = \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} (A_k - jB_k) e^{j\frac{2\pi kn}{2FT}}. \quad (11)$$

Принцип произвольного выбора отсчетных значений сигнала на оси времени распространяется на все значения  $s(n)$ , кроме  $s(0)$  и  $s(2FT)$ , которые должны приниматься равными нулю.

Для выяснения ограничений по выбору отсчетных значений на оси частот преобразуем выражение (11):

$$\begin{aligned} s(n) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} A_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} + j \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} A_k \sin \frac{2\pi kn}{2FT} - \\ &- j \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} B_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} + \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} B_k \sin \frac{2\pi kn}{2FT}. \end{aligned} \quad (12)$$

Второе слагаемое, как было показано выше, обращается в нуль. Чтобы правая часть была вещественной, третье слагаемое должно быть равно нулю, его можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} B_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} = \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT} B_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} - (-1)^n \frac{1}{T} B_{FT}.$$

С учетом того, что  $B_0 = 0$ , первое слагаемое этого равенства обращается в нуль. Следовательно, для обращения в нуль третьего слагаемого равенства (12) необходимо выбирать  $B_{FT} = 0$ . Кроме этого, при выборе отсчетных значений необходимо соблюсти четность  $A_k$  и нечетность  $B_k$ .

Учитывая эти свойства, выражение (12) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} s(n) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT-1} \left( A_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} + B_k \sin \frac{2\pi kn}{2FT} \right) = \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{FT-1} \left( A_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} + B_k \sin \frac{2\pi kn}{2FT} \right) + \frac{1}{T} \sum_{k=-FT}^{FT} \left( A_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} + B_k \sin \frac{2\pi kn}{2FT} \right) = \\ &= \frac{2}{T} \left[ \frac{A_0}{2} + (-1)^n \frac{A_{FT}}{2} + \sum_{k=1}^{FT-1} \left( A_k \cos \frac{2\pi kn}{2FT} + B_k \sin \frac{2\pi kn}{2FT} \right) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

В формуле (13) отрицательные составляющие не содержатся. Поэтому при выборе отсчетных значений на положительной полуоси частот можно не соблюдать четность. Однако этот выбор должен быть таким, чтобы в соответствии с выражением (13)  $s(0)$  и  $s(2FT)$  равнялись нулю. Подставив в него  $n = 0$  и  $n = 2FT$ , получим два уравнения, из которых найдем ограничения, накладываемые на выбор отсчетных значений  $A_k$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_0}{2} + \frac{A_{FT}}{2} + \sum_{k=1}^{FT-1} A_k &= 0, \\ \frac{A_0}{2} + (-1)^{2FT} \frac{A_{FT}}{2} + \sum_{k=1}^{FT-1} A_k &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

В соответствии с системой уравнений (14) все значения  $A_k$  могут быть выбраны произвольно, кроме  $A_0$  и  $A_{FT}$ , которые определяются из ее решения. При этом возможны два варианта. Если  $2FT$  четное число, то решение неоднозначно, и один из коэффициентов может быть задан произвольно. Если  $2FT$  нечетное число, то  $FT$  и  $FT - 1$  нецелые числа, и в формулах (7), (8), (13) и (14)  $k$  принимает значения  $0, 1, 2, \dots, FT - 1, FT$ , где два последних значения — нецелые числа. Это приводит к нарушению условия ортогональности векторов и, как следствие, к нарушению однозначного соответствия между отсчетными значениями в полученных формулах.

На рис. 1 показано расположение отсчетных значений  $A_k$  и  $B_k$  на интервале  $2\pi$  на оси частот при четном и нечетном значениях  $2FT$ . Когда  $k$  принимает значение  $FT$ , частота принимает значение  $\pi$ . При четном значении  $2FT$  (см. рис. 1, а) все частоты кратны относительно низшей частоты, а при нечетном (см. рис. 1, б) — последняя частота (при  $k = FT$ ) не кратна относительно низшей частоты, что и нарушает ортогональность.

Для восстановления ортогональности преобразуем аргумент в формулах (7) и (8) следующим образом:

$$\frac{2\pi kn}{2FT} = \frac{\pi}{FT_{ц+}} \frac{FT_{ц+}}{FT} k\pi = \frac{\pi k'n}{FT_{ц+}}; \quad 0 \leq k' \leq FT_{ц+}; \quad k = \frac{FT}{FT_{ц+}} k', \quad (15)$$

где  $FT$  — нецелое число, а  $FT_{ц+}$  — ближайшее к нему сверху целое число.

С учетом этого преобразования аргумента формулы (7) и (8) перепишем следующим образом:

$$A_{k'} = C \frac{1}{2F} \sum_{n=0}^{2FT} s(n) \cos \frac{\pi k'n}{FT_{ц+}}; \quad (16)$$

$$B_{k'} = C \frac{1}{2F} \sum_{n=0}^{2FT} s(n) \sin \frac{\pi k'n}{FT_{ц+}}, \quad (17)$$

где  $C = \frac{FT_{ц+} - 1}{FT_{ц+}}$ ,  $k' = 0, 1, 2, \dots, FT_{ц+} - 1, FT_{ц+}$ .

Точки расположения отсчетных значений на оси частот для этого случая показаны на рис. 1, в. Как видно из рисунка, все частоты кратны относительно низшей частоты. Приведение к прежнему расположению частот осуществляется с использованием формулы (15).

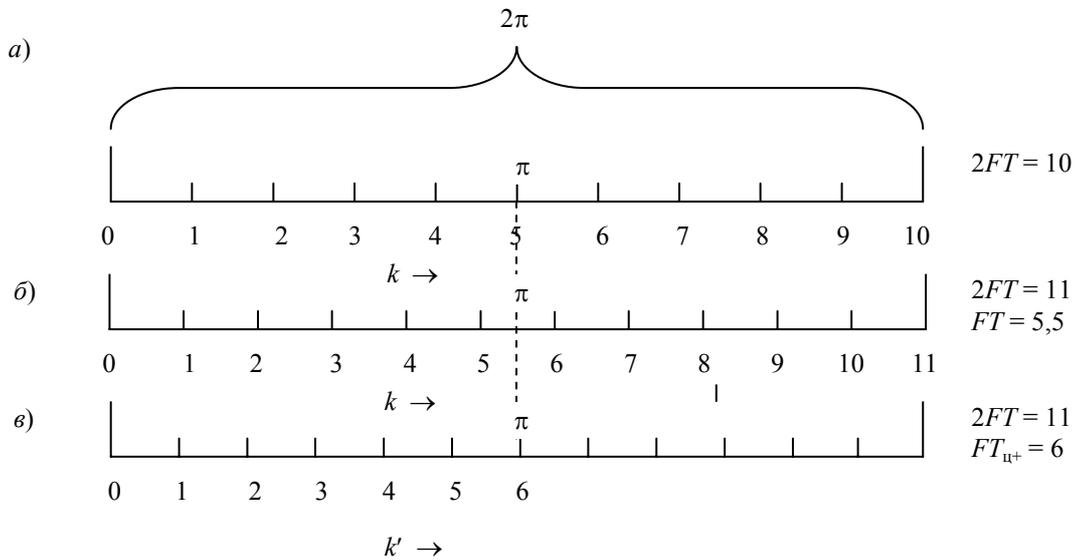


Рис. 1

Появление в формулах коэффициента пропорциональности  $C$  обусловлено тем, что амплитуды составляющих сигнала зависят от изменившегося интервала между точками расположения отсчетных значений на оси частот. Значения коэффициентов  $A_0$  и  $A_{FT_{ц+}}$  при выборе отсчетных значений на оси частот находим из системы уравнений (14), которая преобразуется к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_0}{2} + \frac{A_{FT_{ц+}}}{2} + \sum_{k'=1}^{FT_{ц+}-1} A_k &= 0, \\ \frac{A_0}{2} - \frac{A_{FT_{ц+}}}{2} + \sum_{k'=1}^{FT_{ц+}-1} \left( A_{k'} \cos \frac{2\pi FT}{FT_{ц+}} k' + B_{k'} \sin \frac{2\pi FT}{FT_{ц+}} k' \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Как следует из системы (18), в отличие от четного случая, ни один из коэффициентов  $A_0$  и  $A_{FT_{ц+}}$  не может быть выбран произвольно, они определяются однозначно из решения системы. Кроме того, коэффициенты  $A_0$  и  $A_{FT_{ц+}}$  в данном случае зависят не только от произвольно выбираемых  $A_{k'}$ , но имеют слабую зависимость и от всех коэффициентов  $B_{k'}$ .

По выбранным значениям  $A$  и  $B$  находим отсчетные значения сигнала на оси времени:

$$s(n) = \frac{2}{T} \left[ \frac{A_0}{2} + (-1)^n \frac{A_{FT_{ц+}}}{2} + \sum_{k'=1}^{FT_{ц+}-1} \left( A_{k'} \cos \frac{\pi k' n}{FT_{ц+}} k' + B_{k'} \sin \frac{\pi k' n}{FT_{ц+}} \right) \right], n = 0, 1, 2, \dots, 2FT. \quad (19)$$

Математическое моделирование для конкретного достаточно сложного сигнала подтверждает правильность полученных соотношений и ограничений. На рис. 2 показаны графики восстановления сигнала на оси времени по формулам Голдмана (кривые 1) и уточненным формулам (кривые 2) при четном (рис. 2, а) и нечетном (рис. 2, б) значениях  $2FT$ . Расчет коэффициентов  $A_k$  и  $B_k$  по формулам (7) и (8) и обратный пересчет их по формуле (11) или (12) дает точное совпадение отсчетных значений на оси времени с выбранными ранее (кривая 1 на рис. 2, а), а полученные коэффициенты  $A_k$  удовлетворяют системе (14). При этом  $A_0 = 0,0219$  и  $A_{FT} = 0,127$ . Если все коэффициенты  $A_k$  и  $B_k$  сохранить, а коэффициент  $A_{FT}$  выбрать таким, чтобы система уравнений (14) не выполнялась (например,  $A_{FT} = 0,28$ ), то пересчет по формуле (11) или (13) дает отсчетные значения (кривая 2 на рис. 2, а), не совпадающие с ранее выбранными. Если принять эти отсчетные значения за исходные, то не удастся найти отсчетные значения на оси частот, однозначно им соответствующие. Это очевидно из того, что  $s(0)$  и  $s(2FT)$  не равны нулю.

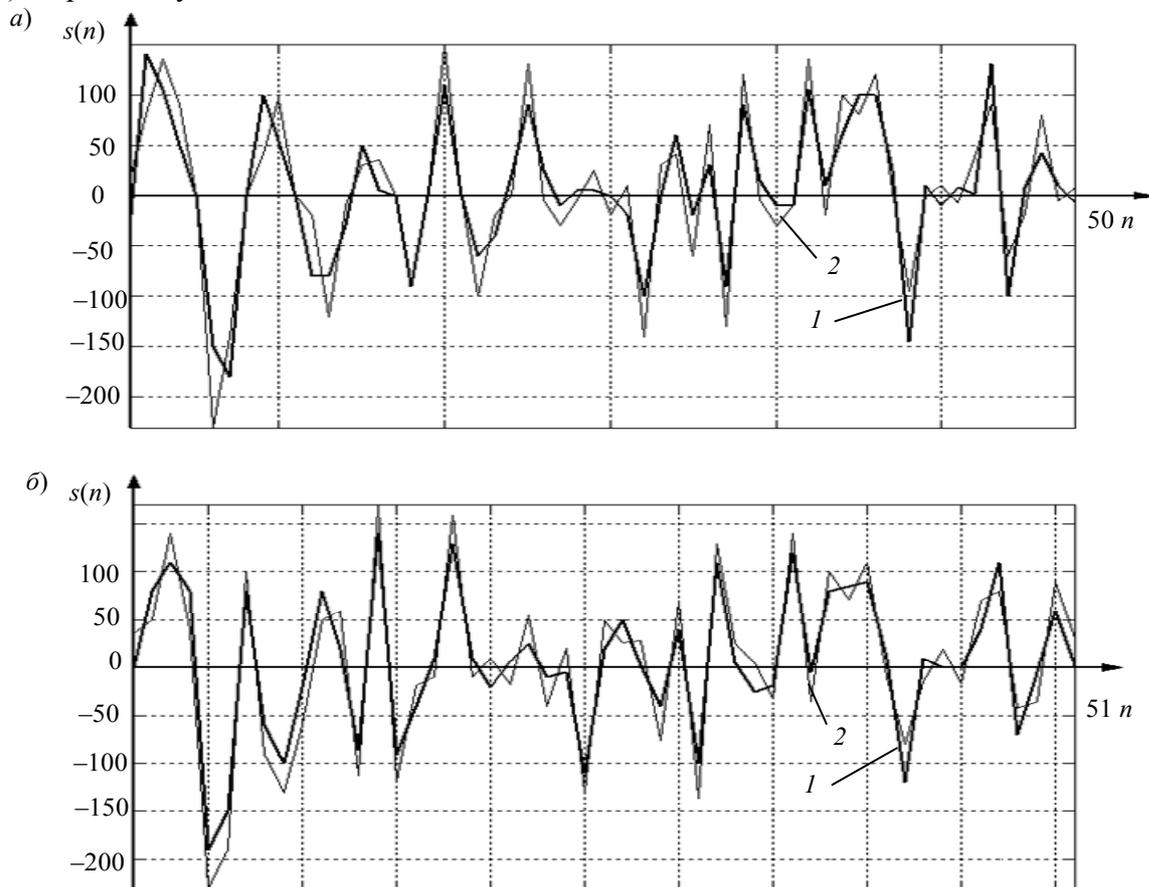


Рис. 2

В случае когда  $2FT$  нечетное число, взаимобратный пересчет отсчетных значений по формулам (7), (8) и (13) приводит к несовпадению результатов (кривая 2 на рис. 2, б), а пересчет по формулам (16), (17) и (19) дает точное совпадение, и получаемые при этом коэффициенты  $A_{k'}$  и  $B_{k'}$  удовлетворяют системе уравнений (14).

Итак, для отсчетных значений сигнала на оси времени осуществляется свободный выбор всех отсчетов, кроме  $s(0)$  и  $s(2FT)$ , которые должны быть выбраны равными нулю. Для отсчетных значений сигнала на оси частот осуществляется свободный выбор всех коэффициен-

тов  $A_k$  и  $B_k$ , кроме  $B_0$  и  $B_{FT}$ , которые должны быть выбраны равными нулю, а коэффициенты  $A_0$  и  $A_{FT}$  определяются из решения системы уравнений (14) или (18), как и при нечетном значении  $2FT$ . В последнем случае необходимо изменить расположение отсчетных точек на оси частот.

Приведенные скорректированные выражения позволяют получать более точные результаты при взаимных преобразованиях сигналов, в частности при математическом моделировании [3, 4].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андре Анго*. Математика для электро- и радиоинженеров М.: Наука, 1965. С. 109.
2. *Голдман С.* Теория информации. М.: Изд-во иностр. лит., 1957. С. 99.
3. *Волынская А. В., Сергеев Б. С.* Моделирование метода весового накопления сигнала для сетей передачи информации транспорта // *Электроника и электрооборудование транспорта*. 2008. № 3. С. 2—6.
4. *Волынская А. В.* Результаты математического моделирования процесса поиска кодовых последовательностей с заданными корреляционными свойствами // *Вестн. Урал. гос. ун-та путей сообщения: Науч.-техн. журнал*. Екатеринбург: УрГУПС, 2009. № 3—4. С. 64—71.

#### *Сведения об авторе*

**Анна Владимировна Волынская** — канд. техн. наук, доцент; Уральский государственный университет путей сообщения, кафедра связи, Екатеринбург;  
E-mail: anna-volinskaya@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
связи

Поступила в редакцию  
12.12.10 г.

---

---

# ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

---

---

УДК 519.7

И. Б. ФУРТАТ

## АЛГОРИТМ СУБИНВАРИАНТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ ЛИНЕЙНЫМ СТРУКТУРНО НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Рассмотрена задача субинвариантного управления по выходу априорно, параметрически, функционально и структурно неопределенным линейным динамическим объектом. Предложенный алгоритм обеспечивает слежение выходного сигнала объекта за эталонным сигналом с заданной точностью. Приведены численные примеры, иллюстрирующие работоспособность схемы.

*Ключевые слова:* структурно неопределенный объект, инвариантное управление, робастное управление, компенсация возмущений.

**Введение.** Современный этап развития теории систем управления характеризуется глубоким анализом функционирования и эффективности разрабатываемых алгоритмов с учетом реальных режимов работы исследуемого объекта при воздействии неконтролируемых внутренних и внешних возмущений. В настоящее время известно множество решений для управления такими объектами. Однако по-прежнему актуальной проблемой остается поиск регуляторов, обеспечивающих устойчивость реальной неопределенной системы.

Одним из направлений, позволяющих достигать эффективных результатов при управлении неопределенными объектами, является робастная компенсация неизвестных возмущений. Впервые строго обоснованные результаты по теории робастного управления были получены в работе [1], где предложен новый критерий оптимальности с использованием  $H_\infty$ -нормы. Начальные положения робастной теории управления объектами, функционирующими в условиях неопределенностей, были изложены в работе [2]. Более подробный обзор и результаты исследований, полученных с помощью  $H_\infty$ -оптимизации, приведены в работе [3]. Другим подходом к компенсации неизвестных возмущений является субинвариантное управление, основанное на методе вложения систем [4]. Данный метод предложен для линейных объектов и базируется на теории матричного анализа, а именно условиях поиска левых и правых делителей нуля и единицы, формирования и исследования проматриц, методах канонизации произвольных матриц и т.д. в целях исключения влияния неконтролируемых возмущений на выход объекта. В работах [5, 6] для компенсации внешних и внутренних возмущений предлагается функцию возмущения представить в виде системы дифференциальных уравнений, где в дальнейшем эта функция оценивается и с помощью методов адаптивного и робастного управления компенсируется. В работе [7] предложен последовательный компенсатор для стабилизации по выходу параметрически неопределенного линейного стационарного объекта. Обобщение подхода, изложенного в работе [7], для класса линейных

нестационарно возмущенных объектов рассматривается в работе [8], а для класса нелинейных систем — в работе [9]. В работах [10, 11] предлагаются принципы обобщения метода [7] для линейных систем с неизвестной относительной степенью, где для синтеза системы управления необходимо знать верхнюю и нижнюю границы относительной степени объекта управления. Результаты, полученные на основе использования предложенного в работе [12] алгоритма компенсации возмущений с применением вспомогательного контура, были развиты для построения простого регулятора, рассмотренного в работе [13]. На базе работы [12] в [14] предложена компенсация возмущений, в том числе и структурных, причем динамический порядок объекта управления в процессе его функционирования может изменяться произвольным образом. Следует отметить, что в соответствии с предложенным в работе [14] подходом, в отличие от [10, 11], для построения регулятора необходимо знать только верхнюю границу относительной степени объекта управления.

В настоящей статье предложен алгоритм субинвариантного управления по выходу неопределенными объектами, использование которого позволяет скомпенсировать априорные, параметрические, функциональные и структурные возмущения с заданной точностью  $\delta$ . Разработанная схема проста и не требует сложных аналитических расчетов ее параметров. При этом для управления неопределенным объектом важно знать только множество изменений параметров его модели и верхнюю оценку относительной степени.

**Постановка задачи.** Рассмотрим неопределенный объект управления, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$y(t) = W_1(D)u(t) + W_2(D)f(t), \quad (1)$$

где  $y(t)$ ,  $u(t)$  и  $f(t)$  — скалярные выходное, входное и неконтролируемое возмущающее воздействия;  $W_1(\lambda)$  и  $W_2(\lambda)$  — передаточные функции по управлению и возмущению,  $\lambda$  — комплексная переменная в преобразовании Лапласа;  $D = d/dt$  — оператор дифференцирования.

Требуется построить систему управления, которая позволит обеспечить слежение выходного сигнала объекта (1) за эталонным сигналом  $y_m(t)$  с заданной точностью  $\delta$ , т.е. выполнить целевое условие

$$|y(t) - y_m(t)| < \delta \quad (2)$$

по истечении времени  $t = T$ .

**Предположение 1.** Передаточные функции  $W_1(\lambda)$  и  $W_2(\lambda)$  неизвестны. Известно некоторое множество  $\Xi$ , содержащее неопределенности математической модели объекта управления. Относительно  $W_1(\lambda)$  считается известным, что данная передаточная функция минимально-фазовая, ее высокочастотный коэффициент усиления положителен и известна верхняя граница  $\bar{\gamma}$  ее относительной степени  $\gamma$ .

**Предположение 2.** Неконтролируемое возмущение  $f(t)$  и эталонный сигнал  $y_m(t)$  — ограниченные функции.

**Предположение 3.** В системе управления недоступны измерению производные сигналов  $y(t)$ ,  $u(t)$  и  $y_m(t)$ .

**Метод решения.** Учитывая выражение (1), составим уравнение для ошибки слежения  $\varepsilon(t) = y(t) - y_m(t)$ :

$$\varepsilon(t) = W_1(D)u(t) + W_2(D)f(t) - y_m(t), \quad (3)$$

и определим согласно (3) сигнал управления

$$u(t) = W_1^{-1}(D)\varepsilon(t) + W_1^{-1}(D)[y_m(t) - W_2(D)f(t)] \quad (4)$$

Для выявления неконтролируемых возмущений воспользуемся методом, предложенным в работе [7]. Для этого введем параллельно объекту вспомогательный контур, характеризуемый выражением

$$\bar{\varepsilon}(t) = W_m(D)u(t), \quad (5)$$

где  $\bar{\varepsilon}(t)$  — выходной сигнал вспомогательного контура,  $W_m(\lambda)$  — устойчивая минимально-фазовая передаточная функция с относительной степенью  $\bar{\gamma}$ .

Для оценки близости выходных траекторий, получаемых из уравнений (3) и (5), определим ошибку рассогласования  $e(t) = \varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t)$ :

$$e(t) = \varepsilon(t) - W_m(D)u(t), \quad (6)$$

и подставим в уравнение (6) значение  $u(t)$ , полученное в (4):

$$e(t) = [1 - W_m(D)W_1^{-1}(D)]\varepsilon(t) - W_m(D)W_1^{-1}(D)[y_m(t) - W_2(D)f(t)]. \quad (7)$$

Запишем закон управления:

$$u(t) = -W_m^{-1}(D)W_R(\mu, D)e(t), \quad (8)$$

где  $W_R(\mu, \lambda)$  — передаточная функция регулятора, устойчивая, минимально-фазовая; ее относительная степень равна  $\bar{\gamma}$ ,  $\|W_R(\mu, \lambda)\|_\infty = 1$ ,  $\mu > 0$  — малое число.

Подставив в уравнение (6) сначала выражение (8), затем (7) и выразив  $\varepsilon(t)$ , получим уравнение замкнутой системы по ошибке слежения:

$$\varepsilon(t) = -\frac{(1 - W_R(\mu, D))W_m(D)W_1^{-1}(D)}{1 - (1 - W_R(\mu, D))(1 - W_m(D)W_1^{-1}(D))}[y_m(t) - W_2(D)f(t)].$$

В результате получим систему субинвариантного управления со вспомогательным контуром, структурная схема которой представлена на рис. 1.

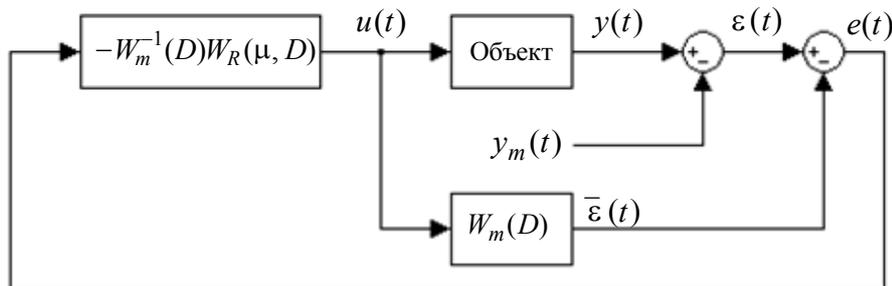


Рис. 1

**Утверждение 1.** Если выполнены условия предположений, то существует число  $\mu_0 > 0$ , такое что при  $\mu \leq \mu_0$  алгоритм управления (5), (8) обеспечивает выполнение условия (2).

Подставив в формулу (8) выражение (6), уравнения для сигнала управления (8) можно переписать следующим образом:

$$u(t) = \frac{W_m^{-1}(D)W_R(\mu, D)}{W_R(D) - 1}\varepsilon(t). \quad (9)$$

В результате получим упрощенную систему субинвариантного управления без вспомогательного контура, структурная схема которой представлена на рис. 2.

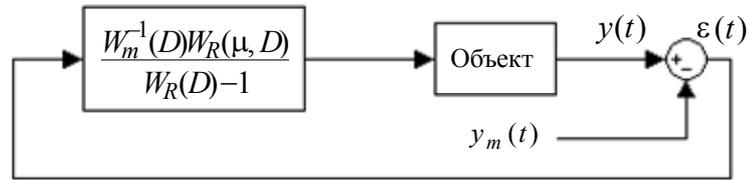


Рис. 2

**Утверждение 2.** Если выполнены условия предположений, то существует  $\mu_0 > 0$ , такое что при  $\mu \leq \mu_0$  алгоритм управления (9) обеспечивает выполнение условия (2).

Следует отметить, что регулятор (9) подобен регуляторам, предложенным в работах [10, 11, 13]. Отличия состоят в том, что в работе [13] задача решалась для объектов с известной относительной степенью, и передаточная функция  $W_R(\mu, \lambda)$  задавалась с использованием набора последовательно соединенных дифференцирующих звеньев. В работах [10, 11] передаточная функция регулятора представляет собой последовательное соединение аperiodических звеньев, причем для реализации алгоритма требуется наличие информации о верхней и нижней границах относительной степени объекта управления. В данной статье решена задача для структурно неопределенного объекта управления, где требуется знать только верхнюю границу относительной степени объекта управления, а передаточная функция регулятора  $W_R(\mu, \lambda)$  может иметь произвольный вид, главное, чтобы выполнялось условие  $\|W_R(\mu, \lambda)\|_\infty = 1$ .

**Пример.** Рассмотрим объект управления  $y(t) = W_1(D)u(t) + W_2(D)f(t)$ . Предполагается, что параметры объекта и его относительная степень неизвестны. Известно некоторое множество  $\Xi$  возможных значений коэффициентов передаточных функций и верхняя граница  $\bar{\gamma}$  относительной степени, равная 3.

Требуется синтезировать субинвариантную систему управления, удовлетворяющую целевому условию (2).

Запишем уравнение для вспомогательного контура (5):

$$\bar{\varepsilon}(t) = \frac{1}{(D+1)^3} u(t).$$

Выберем структуру регулятора, для чего, согласно уравнению (8), необходимо выбрать такую передаточную функцию  $W_R(\mu, \lambda)$ , чтобы  $\|W_R(\mu, \lambda)\|_\infty = 1$ . С учетом  $\bar{\gamma} = 3$  зададим, например, как и в работе [12],  $W_R(D) = \frac{1}{(\mu D + 1)^3}$ . Пусть  $\mu = 0,01$ . В результате сигнал управления (формула (8) или (9)) определяется как

$$u(t) = -\frac{(D+1)^3}{(0,01D+1)^3} e(t) \text{ или } u(t) = \frac{(D+1)^3}{(0,01D+1)^3 - 1} \varepsilon(t).$$

Примем все начальные условия в системе управления нулевыми, за исключением начальных условий для объекта. На рис. 3, а, б соответственно представлены результаты моделирования по ошибке слежения  $\varepsilon(t)$  и эталонному сигналу  $y_m(t)$  при следующих передаточных

функциях объекта управления:  $W_1(\lambda) = W_2(\lambda) = \frac{1}{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}$ ,  $f(t) = 1 + \sin t + P(t)$ ,  $P(t)$  —

сигнал генератора импульсов с периодом 2 с и длительностью импульса 1 с. Начальные условия для объекта управления:  $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1$ .

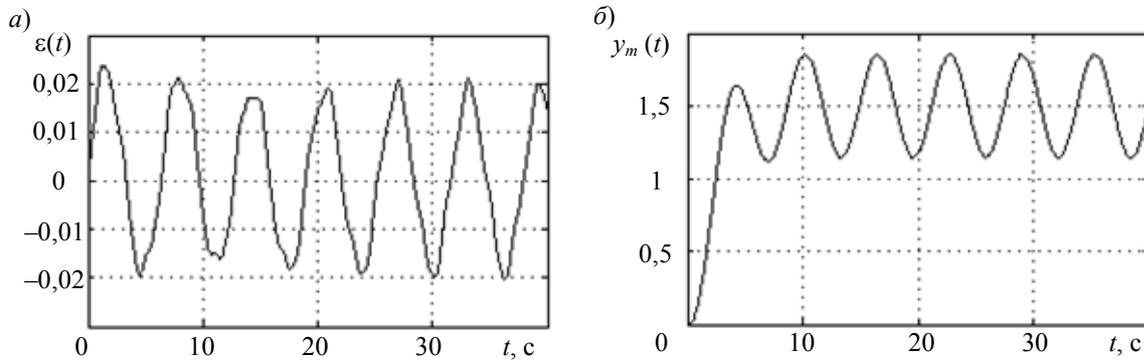


Рис. 3

На рис. 4 представлен график переходного процесса по ошибке слежения при тех же эталонном сигнале и внешних возмущениях и  $W_1(\lambda) = W_2(\lambda) = \frac{\lambda+1}{(\lambda-3)(\lambda-4)}$ . Начальные условия для объекта управления нулевые.

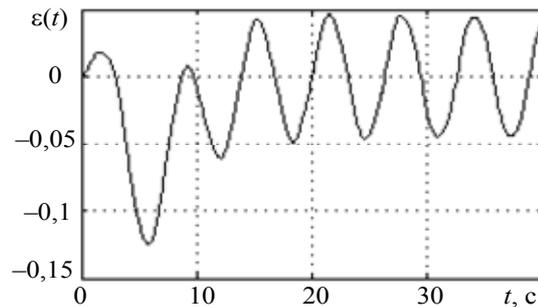


Рис. 4

Результаты моделирования показали, что предложенная система управления обеспечивает выполнение условия (2) для априорно, параметрически, функционально и структурно неопределенного объекта управления. Причем с уменьшением значения  $\mu$  уменьшается значение  $\delta$  в целевом условии (2).

**Заключение.** Предложенный способ построения субинвариантной системы управления позволяет скомпенсировать априорную, параметрическую, функциональную и структурную неопределенности объекта с точностью  $\delta$ , которая зависит от параметров системы управления и в особенности от числа  $\mu$ .

Похожий результат был получен в работах [8, 10, 11], однако, в отличие от них, предложенная в настоящей статье схема позволяет компенсировать структурные возмущения, и вид передаточной функции  $W_R(\mu, \lambda)$  может быть произвольным. Отметим также, что для построения регулятора, в отличие от результатов [10, 11], необходимо знать только верхнюю границу относительной степени объекта управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zames G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses // IEEE Trans. on Automatic Control. 1981. Vol. 26, N 2. P. 301—320.

2. Doyle J. C., Stein G. Multivariable feedback design: concepts for a classical / Modern synthesis // IEEE Trans. on Automatic Control. 1981. Vol. 26, N 1. P. 47—65.
3. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
4. Буков В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во науч. лит. Н. Ф. Бочкаревой, 2006.
5. Никифоров В. О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб: Наука, 2003.
6. Бобцов А. А. Алгоритм робастного управления линейным объектом по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 93—97.
7. Бобцов А. А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108—117.
8. Бобцов А. А., Наговицина А. Г. Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами // Там же. 2006. № 12. С. 163—174.
9. Бобцов А. А., Николаев А. Н. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Там же. 2005. № 1. С. 118—129.
10. Бобцов А. А., Николаев А. Н. Управление по выходу линейными системами с неучтенной динамикой // Там же. 2009. № 6. С. 115—122.
11. Бобцов А. А., Шаветов С. В. Управление по выходу линейным параметрически неопределенным объектом в условиях возмущающих воздействий и неучтенной динамики // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2011. Вып. 1. С. 33—39.
12. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 103—115.
13. Цыкунов А. М. Алгоритм робастного управления линейным динамическим объектом по выходу // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. С. 7—12.
14. Фуртат И. Б., Цыкунов А. М. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2—7.

**Сведения об авторе****Игорь Борисович Фуртат** —

канд. техн. наук, доцент; Астраханский государственный технический университет, кафедра математики в инженерном образовании;  
E-mail: cainenash@mail.ru

Рекомендована  
Институтом проблем  
машиноведения РАН

Поступила в редакцию  
23.03.11 г.

И. В. ФОМИНОВ, А. Н. МАЛЕТИН

## АЛГОРИТМ САМОНАСТРОЙКИ МАЯТНИКОВОГО АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Рассматривается алгоритм самонастройки маятникового компенсационного акселерометра, функционирующего в режиме автоколебаний, позволяющий уменьшить среднеквадратическую погрешность измерения кажущегося ускорения в условиях влияния высокочастотных периодических вибраций с априорно неопределенными параметрами.

*Ключевые слова:* маятниковый компенсационный акселерометр, вибрация, режим автоколебаний, самонастройка.

В настоящее время в России и за рубежом активно разрабатываются малые космические аппараты (КА), очевидным преимуществом которых является экономия затрат на их выведение. Решение задачи определения параметров движения центра масс КА при выполнении ими маневров возлагается на бортовые системы управления маневром. В качестве чувствительных элементов (ЧЭ) таких систем в большинстве случаев используются инерциальные датчики — акселерометры. Современные требования к миниатюризации систем управления КА не позволяют использовать традиционные крупногабаритные (сотни граммов) инерциальные измерители, а применение малогабаритных измерителей, чувствительный элемент которых выполнен по планарной технологии, невозможно вследствие невысоких показателей точности. В частности, малогабаритные инерциальные измерители характеризуются низкой чувствительностью к малым воздействиям.

Проведенные исследования [1, 2] инерциальных измерителей показали, что существенного повышения чувствительности и расширения диапазона измеряемых ускорений маятникового акселерометра компенсационного типа можно добиться путем искусственного введения его ЧЭ в режим автоколебаний посредством использования нелинейного звена типа „петля гистерезиса“ в цепи обратной связи. При этом ЧЭ совершает колебательные движения относительно центра динамического равновесия. При ускорении центр колебаний пропорционально смещается. В таком режиме знакопеременный сигнал на выходе нелинейного звена представляет собой меандр, обработка которого аналогична обработке в режиме с широтно-импульсной модуляцией. Величина, пропорциональная измеряемому кажущемуся ускорению, определяется следующим выражением:

$$\tilde{n} = \frac{n_{1i} - n_{2i}}{n_{1i} + n_{2i}},$$

где  $n_{1i}$  и  $n_{2i}$  — число импульсов, регистрируемых в течение интервала времени, при положительном и отрицательном значениях меандра соответственно.

В работах, посвященных автоколебательному режиму функционирования компенсационных измерителей [1, 2], не исследовалось влияние априорно неопределенных вибраций основания маятникового акселерометра на точность измерения кажущегося ускорения. С учетом того, что инерциальные измерители в современных системах управления крепятся непосредственно на корпусе КА и их ЧЭ находятся в условиях воздействия вибрации, изгибных колебаний и т.д., задача снижения погрешности, обусловленной периодическими высокочастотными возмущениями, представляется актуальной.

Для решения этой задачи предлагается использовать маятниковый акселерометр, функционирующий в режиме автоколебаний [1, 2], структурная схема которого приведена на рис. 1.

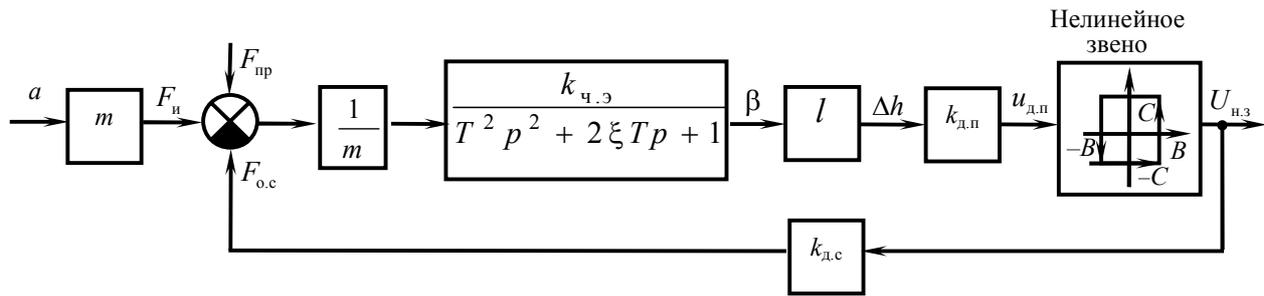


Рис. 1

На рис. 1 приняты следующие обозначения:  $a$  — истинное кажущееся ускорение;  $m$  — масса кремниевого ЧЭ;  $F_{и}$  — сила инерции, обусловленная кажущимся ускорением;  $F_{о.с}$  — сила цепи обратной связи, создающая компенсирующее воздействие;  $F_{пр}$  — прочие неучтенные силы;  $T$  — постоянная времени ЧЭ;  $\xi$  — относительный коэффициент демпфирования ЧЭ;  $k_{ч.э}$  — коэффициент передачи ЧЭ;  $\beta$  — угол отклонения ЧЭ;  $l$  — длина ЧЭ с торсионом;  $\Delta h$  — величина перемещения ЧЭ;  $k_{д.п}$  — коэффициент передачи датчика перемещения;  $u_{д.п}$  — напряжение, снимаемое с датчика перемещения [3];  $B$  — ширина „петли гистерезиса“ нелинейного звена;  $C$  — размах „петли гистерезиса“ нелинейного звена;  $U_{н.з.} = [-C; C]$ ;  $k_{д.с}$  — коэффициент передачи магнитоэлектрического датчика силы.

Передаточная функция замкнутой системы маятникового акселерометра имеет следующий вид:

$$W_{м.а}(p) = \frac{k_{ч.э} l k_{д.п} \Phi(B, C)}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 + k_{ч.э} l k_{д.п} \Phi(B, C) k_{д.с} / m}, \quad (1)$$

где  $\Phi(B, C)$  — линеаризованная функция, описывающая нелинейное звено.

Выражение (1) может быть приведено к передаточной функции второго порядка посредством гармонической линеаризации нелинейного звена [4]:

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1^2 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1}, \quad (2)$$

где

$$k_1 = \frac{k_{ч.э} l k_{д.п} \Phi(B, C)}{1 + k_2 \Phi(B, C)}; \quad T_1 = \sqrt{\frac{T^2}{1 + k_2 \Phi(B, C)}}; \quad \xi_1 = \frac{\xi}{\sqrt{1 + k_2 \Phi(B, C)}}; \quad k_2 = k_{ч.э} l k_{д.п} k_{д.с} / m.$$

Как известно [4], фильтрующие свойства акселерометра можно определить по амплитудно-частотной характеристике

$$L(\omega) = |W_1(j\omega)| = \frac{k_1}{\sqrt{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + 4\xi_1^2 T_1^2 \omega^2}},$$

где  $\omega$  — собственная частота замкнутой системы акселерометра.

Фильтрующие свойства проявляются при частоте  $\omega > 1/T_1$ , при этом, как видно из выражения (2), постоянная времени  $T_1$  зависит от параметров  $B, C$ . Эти свойства иллюстрирует

рис. 2, на котором представлены логарифмические амплитудно-частотные характеристики акселерометра для различных частот автоколебаний  $f_{ак}$ .

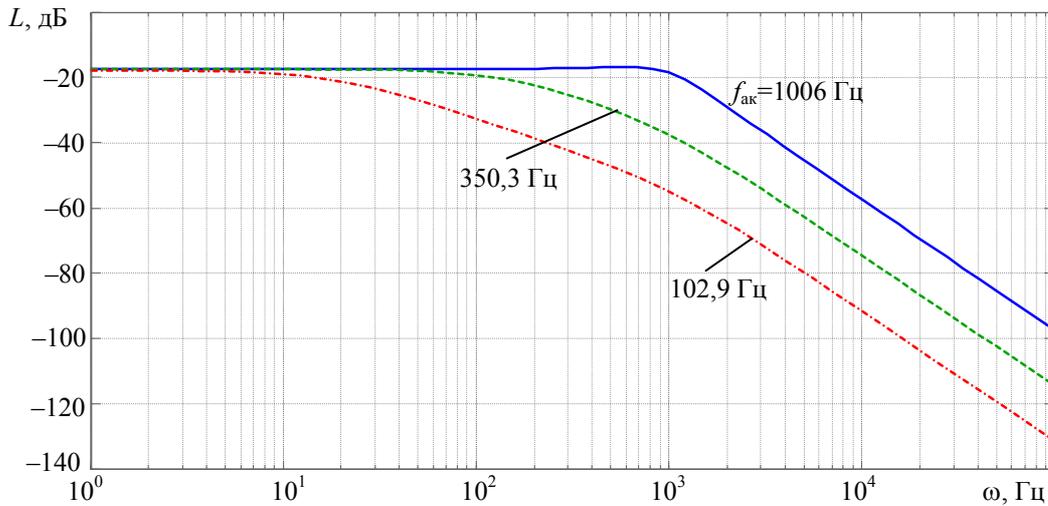


Рис. 2

Численное моделирование функционирования акселерометра в режиме автоколебаний (рис. 3) подтвердило снижение среднеквадратической погрешности  $\sigma_a$  измерения при частотах периодических возмущающих воздействий, намного превышающих значение частоты  $f_{ак} = 630$  Гц.

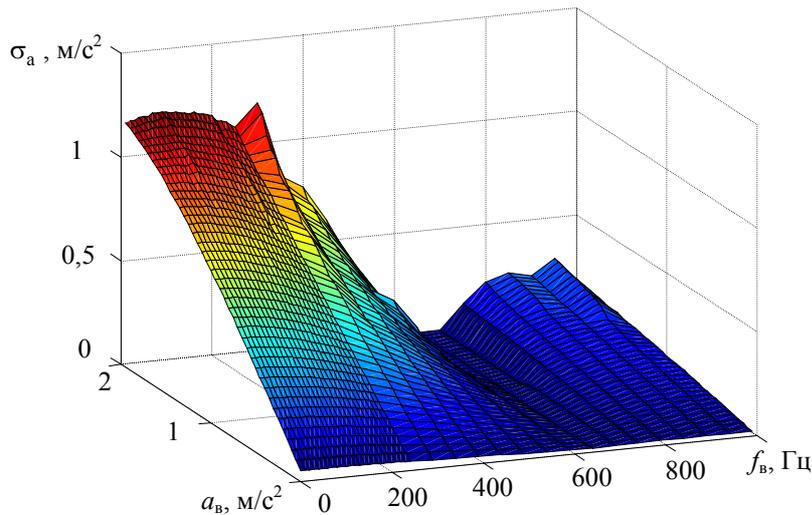


Рис. 3

Кроме того, при малой амплитуде вибрации  $a_b$  и кратном значении частоты автоколебаний значению частоты вибрации  $f_b$  фильтрующие свойства измерителя усиливаются.

В качестве исходных данных для решения задачи поиска оптимального значения параметра  $B_{опт}$  нелинейного звена, при котором достигается минимум  $\sigma_a$ , были приняты условия внешней среды и следующие параметры акселерометра:

- $\mathbf{Q} = [f_b, a_b]$  — множество возможных значений частоты и амплитуды вибрации основания;
- $\mathbf{P} = [m, T, \xi, k_{ч.э}, l, k_{д.п}, k_{д.с}]$  — вектор фиксированных параметров акселерометра;
- $\Omega_B$  — множество допустимых значений параметра  $B$ .

В общем случае сигнал, поступающий с выхода акселерометра, содержит истинное кажущееся ускорение и ошибку:

$$\tilde{n} = K(a + \Delta a),$$

где  $\tilde{n}$  — сигнал на выходе акселерометра;  $\Delta a$  — погрешность измерения, причем  $\sigma_a = f(\mathbf{Q}, B)$  — среднеквадратическая погрешность измерения, от которой зависит  $\Delta a$ ;

$$K = \frac{m}{k_{д.с} C} \text{ — коэффициент передачи акселерометра.}$$

Требуется минимизировать среднеквадратическую погрешность измерения  $\sigma_a$ , вызванную внешними вибрациями, путем автоматического подбора значения параметра  $B$ , соответствующего частоте автоколебаний  $f_{ак} = f_B / q$ , где  $q = [2, 3, 4 \dots]$ , с учетом того, что  $a_B \ll a$ . Иными словами, требуется найти

$$B_{опт} = \arg \min_{B \in \Omega_B} \sigma_a(\mathbf{Q})$$

при ограничениях на конструктивные параметры  $\mathbf{P}$  акселерометра и допустимые значения параметров  $B \in \Omega_B$ .

Для реализации решения было проведено численное моделирование функционирования акселерометра в режиме автоколебаний с учетом следующих значений его фиксированных параметров:  $m = 0,29 \cdot 10^{-3}$  кг,  $k_{ч.э} = 4,117 \cdot 10^{-3}$  с<sup>2</sup>/м,  $T = 4,636 \cdot 10^{-3}$  с,  $\xi = 16,323$ ,  $l = 5,086 \cdot 10^{-3}$  м,  $k_{д.п} = 2,5 \cdot 10^5$  В/м,  $k_{д.с} = 2,155 \cdot 10^{-3}$  Н/В.

На рис. 4 представлены графики, показывающие влияние значений параметров нелинейного звена на частоту и амплитуду автоколебаний ЧЭ акселерометра.

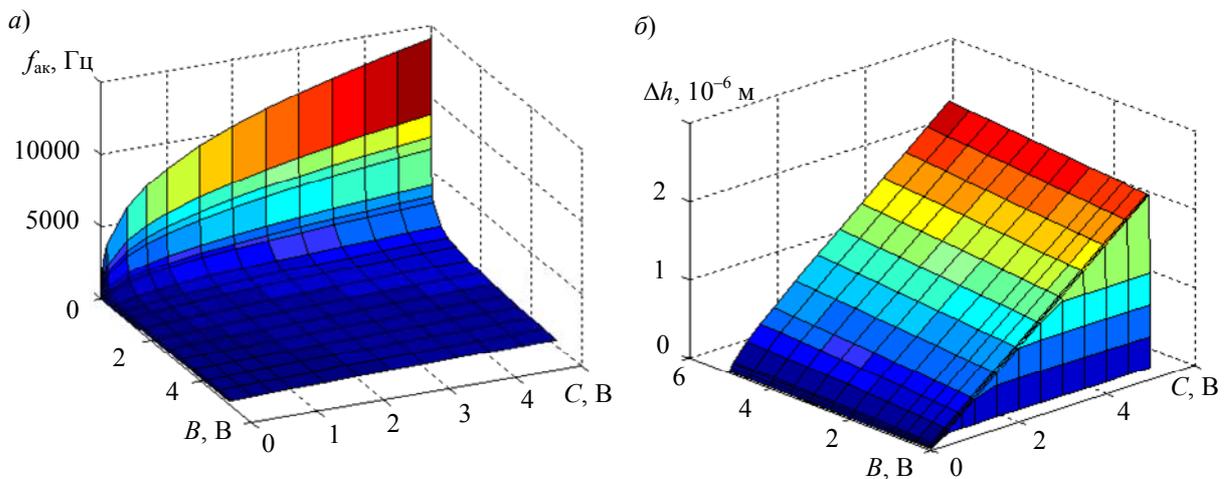


Рис. 4

Как видно из рис. 4, а, зависимость частоты автоколебаний  $f_{ак}$  от параметров  $B, C$  имеет нелинейный характер, при этом частота  $f_{ак}$  наиболее чувствительна к изменению параметра  $B$ . Параметр  $C$  влияет на жесткость отрицательной обратной связи и может быть использован для задания требуемого диапазона измерения. Существенным ограничением выбора значений параметров  $B$  и  $C$  является максимально допустимая величина перемещения ЧЭ  $\Delta h_{max}$ . График зависимости  $\Delta h(B, C)$  представлен на рис. 4, б.

Анализ представленных графиков показал, что для обеспечения требуемого значения частоты автоколебаний  $f_{ак}$  при ограничениях на их амплитуду  $\Delta h$  и заданный диапазон измерения можно найти такое оптимальное значение параметра  $B$ , при котором достигается минимум среднеквадратической погрешности измерения ускорения  $\min \sigma_a$ .

Рассмотрим алгоритм самонастройки маятникового акселерометра. Суть разработанного алгоритма может быть пояснена структурной схемой, представленной на рис. 5.

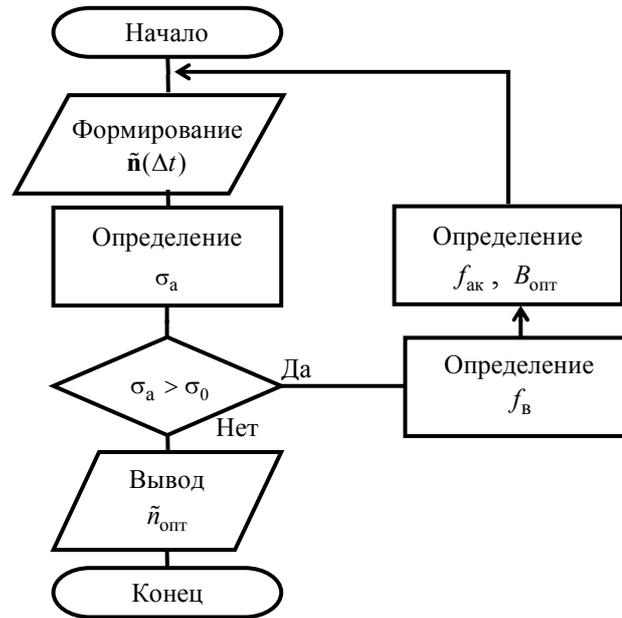


Рис. 5

Разработанный алгоритм включает в себя выполнение следующих операций.

1. Формирование массива значений  $\tilde{\mathbf{n}} = [\tilde{n}_1 \dots \tilde{n}_k]$  на выходе акселерометра в течение интервала времени  $\Delta t^j = t_k^j - t_0^j$ , где  $t_0^j$  — момент определения значения  $\tilde{n}_1$  в ходе  $j$ -го цикла измерений;  $t_k^j$  — момент определения значения  $\tilde{n}_k$  в ходе того же цикла измерений.

2. Определение среднеквадратической погрешности  $\sigma_a$  измерений значений массива  $\tilde{\mathbf{n}} = [\tilde{n}_1 \dots \tilde{n}_k]$ :

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\tilde{n}_i - \bar{\tilde{n}})^2}{k}}.$$

3. Определение нового значения параметра  $B$ , удовлетворяющего требованию  $B_{\text{опт}} = \arg \min_{B \in \Omega_B} \sigma_a(\mathbf{Q})$ , при условии превышения полученным значением  $\sigma_a$  некоторого допустимого значения  $\sigma_0$ . Задача поиска решается в несколько этапов:

- определение частоты вибрации  $f_v(\tilde{\mathbf{n}})$  на интервале времени  $\Delta t^j$ ;
- определение значения частоты автоколебаний, при котором будет происходить фильтрация высокочастотных возмущений:  $f_{\text{ак}} = f_v / k_{\text{кр}}$ ;
- определение оптимального значения  $B_{\text{опт}}$  на основе полученной экспериментальным путем зависимости  $B(f_{\text{ак}}, C)$  (см. рис. 4, а).

4. При  $\sigma_a < \sigma_0$  вычисление величины  $\tilde{n}_{\text{опт}}$ , пропорциональной входному ускорению.

Проведенные исследования показали, что уменьшение частоты автоколебаний ниже определенного критического значения приводит к снижению чувствительности акселерометра на временном интервале, равном периоду автоколебаний.

Следует отметить, что длительность самонастройки акселерометра составляет 1—2 периода автоколебаний, что при частоте в 1200 Гц соответствует тысячным долям секунды.

График изменения сигнала на выходе акселерометра (в размерности измеряемого ускорения) в режиме самонастройки показан на рис. 6.

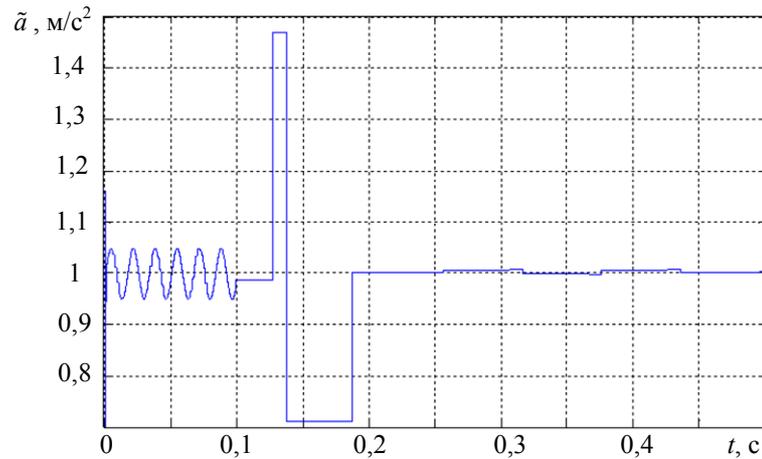


Рис. 6

Этот график получен в результате математического моделирования процесса функционирования автоколебательного маятникового акселерометра в режиме самонастройки. При этом в качестве входных воздействий задавались постоянное ускорение  $a=1 \text{ м/с}^2$ , вибрация с амплитудой  $a_b=0,05 \text{ м/с}^2$  и частотой  $f_b=60 \text{ Гц}$ . Результаты моделирования подтвердили уменьшение величины  $\sigma_a$  от  $\sigma_a=0,0239 \text{ м/с}^2$  до  $\sigma_a=0,0022 \text{ м/с}^2$ . Время самонастройки составило  $0,08 \text{ с}$ .

Рассмотренный алгоритм может быть применен к большинству компенсационных инерциальных измерителей параметров движения в условиях периодических воздействий, амплитуда и частота которых заранее неизвестны. Алгоритм самонастройки параметра нелинейного звена может быть реализован при помощи микроконтроллера, используемого в контуре обратной связи маятникового акселерометра.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыбаков В. И., Фоминов И. В. Способ измерения навигационных параметров подвижных объектов автоколебательными датчиками первичной информации. СПб: Военная академия связи, 2005. С. 240—244.
2. Рыбаков В. И., Фоминов И. В. Инерциальный блок измерения абсолютной угловой скорости КА // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49, № 7. С. 37—43.
3. Распов В. Я. Микромеханические приборы: Учеб. пособие. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.
4. Бесекецкий В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. СПб: Изд-во „Профессия“, 2004. 752 с.

#### Сведения об авторах

- Иван Вячеславович Фоминов** — канд. техн. наук; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления, Санкт-Петербург;  
E-mail: jy79@rambler.ru
- Андрей Николаевич Малетин** — адъюнкт; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления, Санкт-Петербург;  
E-mail: maletin@bk.ru

Рекомендована кафедрой  
автономных систем управления

Поступила в редакцию  
28.03.11 г.

Е. П. Овсянников, С. Е. Петров, К. В. Юрков

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЛОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ БЫСТРЫХ ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НА RISC-ПРОЦЕССОРАХ

Рассматриваются некоторые известные алгоритмы быстрого преобразования Фурье, перенесенные на RISC-платформу. Показано, что оптимизированный алгоритм radix-2 преобразования Фурье обладает наименьшей вычислительной сложностью, измеренной в процессорных тактах.

*Ключевые слова:* быстрое преобразование Фурье, RISC-платформа, сложность алгоритма.

**Введение.** Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) — одна из основных операций при цифровой обработке сигналов и в алгоритмах сжатия видео- и аудиоданных. Широко известные методы быстрого преобразования Фурье (БПФ) позволяют существенно снизить сложность вычисления ДПФ. Для задач, связанных с обработкой звука, как правило, используются ДПФ длиной от 64 до 16 384. Цель настоящей статьи — сравнительный анализ вычислительной сложности известных методов БПФ применительно к RISC-платформам.

Исторически сложилось так, что для оценивания сложности различных реализаций БПФ используются так называемые флопы — операции над вещественными числами. Сложность БПФ для последовательности длиной  $N = 2^m$  пропорциональна  $N \log_2 N$  флопам [1—3]. Разные алгоритмы имеют разные коэффициенты пропорциональности. Самыми быстрыми из известных методов являются алгоритм split-radix БПФ [2], а также его более поздняя модификация [3], число флопов в которой уменьшено приблизительно на 3 % за счет усложнения алгоритма.

С развитием вычислительной техники приобрел актуальность вопрос, насколько корректной в настоящее время является оценка сложности, измеренная во флопах. При появлении первых алгоритмов БПФ выполнение одной операции с вещественными числами занимало в десятки, а то и в сотни раз больше процессорного времени, чем операция с целочисленными данными. Разработка сопроцессоров, выполняющих операции с плавающей точкой за один цикл, привела к тому, что при оценивании сложности алгоритма следует учитывать и такие факторы, как затраты на реализацию циклов и ветвлений, а также время доступа к памяти и т.д.

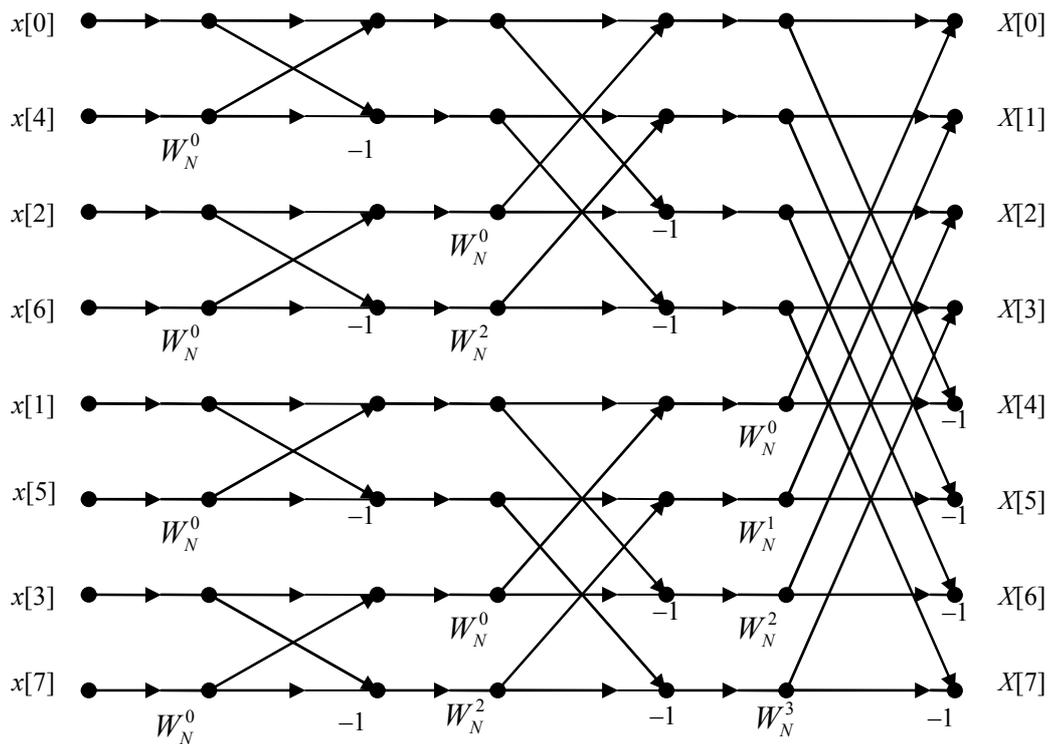
Особо следует отметить проблему, связанную с переносом алгоритмов на RISC-платформы. Благодаря низкой стоимости, малому энергопотреблению и способности оперировать с 32-разрядными числами они являются основными процессорами в таких портативных устройствах, как мобильные телефоны, коммуникаторы и карманные компьютеры. Перенос алгоритмов на RISC-процессоры подразумевает переход к целочисленным операциям с фиксированной точкой, поскольку эмуляция операций с плавающей точкой приводит к катастрофическому замедлению вычислений. В этих условиях правомерность оценивания сложности во флопах нецелесообразна.

В настоящей статье рассматриваются результаты сравнительного анализа сложности реализации различных алгоритмов БПФ на RISC-процессоре ARM9E. Естественно, для других процессоров статистика может быть иной, но можно ожидать, что общие соотношения сложности алгоритмов сохранятся для всего семейства ARM, а также для близкого к ним по архитектуре семейства MARVEL PXA27x и PXA3xx.

**Условия сравнения алгоритмов БПФ.** Выберем для сравнения три алгоритма БПФ:

- 1 — алгоритм radix-2 БПФ с прореживанием по времени [1];
- 2 — алгоритм split-radix [2];
- 3 — алгоритм Кули — Тьюки (Cooley — Tukey) radix- $N$  [4].

Алгоритм 1 реализует классическую схему вычислений, пример которой для восьми точек представлен на рисунке. Множители  $W_N^m$  являются комплексными числами.



Алгоритм 2 — нерекурсивная реализация алгоритма, первоначально предложенного в работе [2] в виде рекурсивной функции splitfft:

```
function  $y_{k=0..N-1} \leftarrow \text{splitfft}_N(x_n) :$ 
     $u_{k_2=0..N/2-1} \leftarrow \text{splitfft}_{N/2}(x_{2n_2})$ 
     $z_{k_4=0..N/4-1} \leftarrow \text{splitfft}_{N/4}(x_{4n_4+1})$ 
     $z'_{k_4=0..N/4-1} \leftarrow \text{splitfft}_{N/4}(x_{4n_4-1})$ 
    for k=0 to N/4 - 1 do
         $y_k \leftarrow u_k + (\omega_N^k z_k + \omega_N^{-k} z'_k)$ 
         $y_{k+N/2} \leftarrow u_k + (\omega_N^k z_k + \omega_N^{-k} z'_k)$ 
         $y_{k+N/4} \leftarrow u_{k+N/4} - i (\omega_N^k z_k + \omega_N^{-k} z'_k)$ 
         $y_{k+3N/4} \leftarrow u_{k+N/4} + i (\omega_N^k z_k + \omega_N^{-k} z'_k)$ 
    end for
```

где  $\omega_N = e^{\frac{-2\pi i}{N}}$  — поворачивающий множитель,  $x_{-k} = x_{N-k}$  — способ пересчета отрицательных индексов; в теле функции использованы следующие обозначения индексов:  $2n_2$  — все четные индексы,  $4n_4$  — все индексы, кратные 4.

Как показал сравнительный анализ, рекурсивная форма алгоритма split-radix существенно превосходит нерекурсивную форму по быстродействию, притом что количество вещественных операций у них одинаково. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать именно нерекурсивную реализацию алгоритма.

Алгоритм 3 является реализацией общей идеи Кули — Тьюки о том, что если длина  $L$  преобразования может быть представлена в виде произведения  $L = MN$ , то вычисление ДПФ может быть сведено к  $M$  преобразованиям длиной  $N$  и  $N$  преобразованиям длиной  $M$  [1, 4]. Суть метода заключается в том, что последовательность представляется в виде прямоугольной матрицы  $M$  на  $N$ . К каждому столбцу применяется короткое преобразование Фурье длиной  $N$ . Затем элементы матрицы умножаются на соответствующие поворачивающие множители, и короткое преобразование Фурье длиной  $M$  применяется к каждой строке. В качестве короткого преобразования Фурье используется алгоритм split-radix. По количеству вещественных операций алгоритм 3 должен проигрывать алгоритму 2, но его преимуществом является то, что циклы коротких преобразований могут быть расписаны в виде линейного алгоритма для фиксированного набора длин. В этом случае ожидается выигрыш по быстродействию, во-первых, за счет отказа от организации циклов и, во-вторых, за счет того, что параметры алгоритма будут вычислены на этапе компиляции.

Поскольку в статье рассматриваются преобразования длиной от 64 до 16 384, то для реализации алгоритма 3 потребуется набор коротких преобразований длиной 8, 16, 32, 64 и 128.

Все тестируемые алгоритмы были реализованы в виде вычислений с фиксированной точкой. Точность представления данных и тригонометрических констант была выбрана таким образом, чтобы результат обратного преобразования целочисленных алгоритмов отличался от результата обратного преобразования вещественных алгоритмов не более чем по двум младшим знакам.

В качестве меры сложности тестируемых алгоритмов выбрано количество тактов процессора, затраченных для вычисления преобразования, при условии, что доступ к памяти требует 0 тактов.

Все тестируемые алгоритмы реализованы на языке C и оптимизированы по быстродействию для процессора ARM9E. Оптимизация представляла собой итеративную процедуру, при которой фрагменты функций переписывались, после чего анализировался построенный ассемблерный код. Основная стратегия состояла в том, чтобы минимизировать число переменных, одновременно вовлеченных в вычисления. Это позволяло компилятору расположить данные в регистрах, что обеспечивало наиболее быстрый доступ.

**Анализ результатов.** Оценим сложность тестируемых алгоритмов. В табл. 1 приведено общее число вещественных операций  $N_{\text{total}}$ , а также число сложений  $N_{\text{add}}$  и умножений  $N_{\text{mul}}$  в зависимости от длины  $L$  преобразования. Очевидно, что алгоритм 2 (split-radix БПФ) имеет существенно меньшую сложность, чем алгоритм 1 (radix-2 БПФ), выигрывая до 13 % по общему числу операций и до 30 % по числу умножений. Последнее обстоятельство особенно важно, поскольку, как правило, именно операция умножения является наиболее медленной в RISC-процессорах. Алгоритм 3 (radix- $N$  БПФ) уступает менее 1 % алгоритму 2, при этом предполагается, что вычисления коротких БПФ для него будут выполнены в виде

линейного алгоритма с заранее вычисленными его параметрами. Таким образом, алгоритм 3 можно априори считать наиболее предпочтительным среди тестируемых алгоритмов БПФ.

Таблица 1

$L$	Алгоритм 1			Алгоритм 2			Алгоритм 3		
	$N_{\text{add}}$	$N_{\text{mul}}$	$N_{\text{total}}$	$N_{\text{add}}$	$N_{\text{mul}}$	$N_{\text{total}}$	$N_{\text{add}}$	$N_{\text{mul}}$	$N_{\text{total}}$
64	844	344	1188	912	248	1160	930	260	1190
128	2060	920	2980	2164	660	2824	2194	676	2870
256	4876	2328	7204	5008	1656	6664	5058	1668	6726
512	11276	5656	16932	11380	3988	15368	11490	3972	15462
1024	25612	13336	38968	25488	9336	34824	25730	9220	34950
2048	57356	30744	88100	56436	21396	77832	56898	21124	78022
4096	126988	69656	196644	123792	48248	172040	124674	47620	172294
8192	278540	155672	434212	269428	107412	376840	271234	105988	377222
16384	606220	344088	950308	582544	236664	819208	586242	233476	819718

После адаптации к математическим операциям с фиксированной точкой и оптимизации по быстродействию сложность алгоритмов была исследована для вычислительного комплекса на базе RISC-процессора ARM9E. Результаты оценивания сложности алгоритмов, вычисленной в процессорных тактах, представлены в табл. 2.

Таблица 2

$L$	Алгоритм 1	Алгоритм 2	Алгоритм 3
64	6107	7954	7089
128	14393	18070	16272
256	33334	41232	36752
512	76020	92433	82256
1024	171058	205911	182128
2048	380528	453093	396400
4096	838318	990790	857200
8192	1831660	2148765	1866608
16384	3973930	4635694	4037744

Как оказалось, вопреки априорным представлениям о сложности, наилучшим быстродействием обладает алгоритм 1 (radix-2 БПФ), при реализации которого требуется на 14 % меньше процессорных тактов, чем при реализации алгоритма 2 (split-radix БПФ). Это объясняется тем, что radix-2 БПФ имеет существенно более регулярную структуру, чем split-radix БПФ. Несмотря на то, что операций умножения выполняется намного больше, загрузка процессора данными осуществляется более эффективно. Ниже приведено отношение среднего числа процессорных тактов к числу вещественных операций для  $L = 16\,384$ .

Алгоритм 1	Алгоритм 2	Алгоритм 3
4,1	5,6	4,9

Сравнение алгоритмов 2 и 3 демонстрирует предсказуемое преимущество последнего за счет того, что при вычислении коротких БПФ, реализованных в виде линейных алгоритмов, на организацию циклов и вычисление параметров алгоритмов процессорное время не затрачивается.

Поскольку основной областью применения RISC-процессоров являются мобильные устройства, то наряду с быстродействием алгоритма важной характеристикой является размер исполняемого кода. Данные о длине кода преобразования (в килобайтах) для процессора ARM9E приведены ниже.

Алгоритм 1	Алгоритм 2	Алгоритм 3
1,9	5,2	64,5

Таким образом, можно утверждать, что наиболее пригодным для реализации на RISC-платформе является традиционный алгоритм radix-2 БПФ, который обеспечивает наилучшее быстродействие при наименьшей длине кода.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cooley J. W., Tukey J. W. An algorithm for the machine computation of the complex Fourier series // Math. Computation. 1965. Vol. 19. P.297—301.
2. Yavne R. An economical method for calculating the discrete Fourier transform // Proc. AFIPS Fall Joint Computer Conf. 1968. Vol. 33. P. 115—125.
3. Johnson S. G., Frigo M. A modified split-radix FFT with fewer arithmetic operations // IEEE Trans. Signal Processing. 2007. Vol. 55. P. 111—119.
4. Blahut R. E. Fast Algorithms for Digital Signal Processing. Reading, MA: Addison Wesley, 1985.

#### Сведения об авторах

- Евгений Порфирьевич Овсянников** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет авиационного приборостроения, кафедра информационных систем; E-mail: eovs@mail.ru
- Сергей Евгеньевич Петров** — Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, НИИ наукоемких компьютерных технологий; мл. науч. сотрудник; E-mail: petrovse@mail.ru
- Кирилл Валерьевич Юрков** — канд. техн. наук; ЗАО „Интел“, Санкт-Петербург; науч. сотрудник; E-mail: yourkovkirill@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
информационных систем СПбГУАП

Поступила в редакцию  
28.09.10 г.

УДК 004.413.4

С. В. САВКОВ, В. М. ШИШКИН

### РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ИНТЕРВАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ РИСКОВ

Представлена система интервального оценивания информационных рисков на основе разнородных и неполных исходных данных. Показана необходимость распараллеливания вычислений и описана реализация разработанной системы на вычислительном кластере.

**Ключевые слова:** безопасность, оценка рисков, гетерогенность информации, параллельные вычисления.

**Введение.** Для решения задач анализа и оценивания информационных рисков используются различные экспертные системы [1, 2], обладающие достаточно широкими функциональными возможностями и удобством в эксплуатации, что обуславливает привлекательность использования таких систем на практике [3]. В то же время они имеют существенные недостатки, характерные для многих прикладных систем экспертного оценивания: сомнительность выбора исходных данных и отсутствие характеристик рассеяния рассчитываемых показателей, что снижает достоверность оценок и доверие к результатам анализа.

В реальных условиях исходная информация плохо структурирована, неполна, неточна, часто имеет нечисловой характер, все первичные данные, по сути, являются случайными величинами. Следовательно, чтобы повысить достоверность оценок необходимо, во-первых,

предусмотреть возможность обработки именно таких, недостаточно определенных и разнородных данных и, во-вторых, обеспечить расчет стохастических характеристик показателей, используемых для принятия решений. Зачастую источники первичных данных имеют нечисловое выражение — ординальное или лингвистическое, в предельном случае это могут быть и слабоструктурированные тексты на естественном языке. В общем случае в качестве исходных данных может выступать различная информация, получаемая, например, в результате экспертизы объекта оценивания.

**Структурная метамодель.** В настоящей статье рассматривается система интервального оценивания информационных рисков. В разработанной системе в качестве основы использовалась модель, допускающая различные интерпретации [4]. Она построена на дихотомической оппозиции: „защищаемый объект“ — потенциально враждебная „среда“ в широком смысле этих слов. Подчеркивается необходимость фиксации „границы объекта“, или функционально — „границы ответственности“, и „внешней границы среды“, ограничивающей зону досягаемости для противодействия факторам риска. Элементы модели определяются в терминах трех категорий: субъектов, объектов и воздействий первых на вторые. Соответственно категориям выделяются три непересекающихся непустых подмножества множества  $M_0 = M_s \cup M_e \cup M_c$  элементов модели:

— независимые активные субъекты, „источники угроз“ — множество  $M_s$  (threat sources);

— проводники воздействий: события, порождаемые источниками угроз, „угрозы“ нарушения безопасности — множество  $M_e$  (threat events), в котором выделяется подмножество так называемых „событий риска“ — угроз, наносящих ущерб непосредственно объекту;

— компоненты объекта — множество  $M_c$  (components).

Структурная схема метамодели представлена на рис. 1. На множестве  $M_0$  определяется бинарное отношение причинности  $R$  со свойством транзитивности, к которому можно свести многие связи, имеющие имплицативный характер. Отношение  $R$  упорядочивает множество  $M_0$  и задает на нем структуру, фиксирующую каналы распространения потоков угроз от источников до объекта, и порождает квадратную матрицу отношений  $W_0$ .

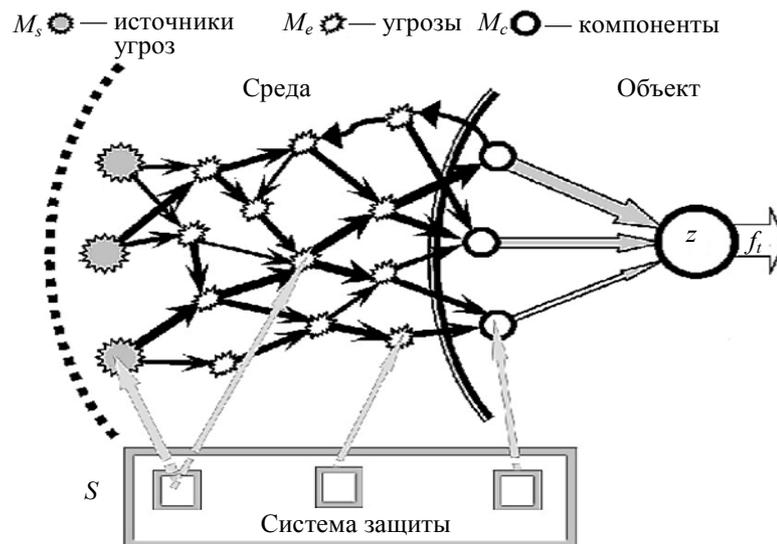


Рис. 1

Решение задачи противодействия факторам риска реализуется с помощью системы защиты информации (СЗИ), представляемой в виде множества элементов  $S$ , каждый из которых осуществляет воздействие на элементы множества  $M_0$ . Между элементами множеств  $S$

и  $M_0$  устанавливается отношение, формально сводимое к  $R$ , порождающее прямоугольную матрицу отношений  $\mathbf{R}_0$ .

Источники угроз  $M_s$  считаются генераторами потока событий (угроз), распространяющегося по каналам, заданным соотношением  $R$  на множестве  $M_0$ . Элементы  $M_e$  рассматриваются как функциональные преобразователи, перераспределяющие потоки событий. На выходе элементов  $M_e$ , представляющих события риска, формируется поток угроз, непосредственно воздействующий на объект в составе множества  $M_c$ . Тогда средства защиты  $S$  можно интерпретировать как линейные фильтры.

Роль условного элемента  $z$ , соответствующего состоянию объекта в целом как преобразователя, ограничивается функцией сумматора-интегратора. Тогда на выходе  $z$  можно фиксировать результирующий поток  $f_t$ , интеграл от которого по некоторому интервалу времени является, по сути, мерой риска для объекта, определяемой ущербом, наносимым ему за это время.

В простейшей количественной интерпретации метамодели матрица  $\mathbf{W}_0$  отображается в арифметическую матрицу  $\mathbf{W} = (w_{ij})$ , элементы которой можно рассматривать как весовые коэффициенты, представляющие собой меру влияния  $i$ -го элемента на  $j$ -й. Матрица  $\mathbf{W}$  содержит все исходные данные для последующих расчетов.

Далее рассчитываются показатели  $v_{ij}$ , аналогичные по смыслу коэффициентам  $w_{ij}$ , но с учетом транзитивности отношений, прежде всего на состоянии  $z$ . В результате определяется матрица  $\mathbf{V}$ , структурно эквивалентная  $\mathbf{W}$ . При отсутствии рефлексии элементов, если  $\mathbf{W}$  считать взвешенной матрицей смежности некоторого графа, они легко рассчитываются как суммы по всем путям из  $i$ -й в  $j$ -ю вершину произведений оценок дуг каждого пути, что в простейшем случае равносильно матричному преобразованию  $\mathbf{V} = (\mathbf{I} - \mathbf{W})^{-1} - \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

Последний, всегда ненулевой,  $z$ -й столбец  $\mathbf{v}_z$  матрицы  $\mathbf{V}$  содержит искомые показатели  $\{v_{iz}\}$  влияния любого  $i$ -го фактора риска на состояние защищенности объекта. В соответствии с этими показателями выбирается СЗИ, ориентированная на противодействие наиболее значимым факторам риска.

Рассмотренный программный продукт, в котором используется подобный алгоритм, показал практическую применимость для анализа сложных объектов. Однако, обладая некоторыми преимуществами по сравнению с существующими системами анализа рисков, он имеет и недостатки, отмеченные выше.

**Алгоритм интервального оценивания.** В качестве исходной идеи для алгоритма был выбран метод арифметизации ординальных отношений, используемый в методе анализа и синтеза показателей при информационном дефиците [5] и применяемый только для простых расслоенных или древовидных структур факторов риска. Указанный способ позволяет при наличии нечисловой либо неполной информации об отношениях вычислить значения их математических ожиданий и дисперсий для последующего использования при расчете. Разработанный алгоритм позволяет арифметизировать каждый столбец матрицы  $\mathbf{W}$  по отдельности, а сама матрица  $\tilde{\mathbf{W}}$  в этом случае формируется как композиция случайных вектор-столбцов. Прямое использование этого метода для решения поставленной задачи связано с проблемой зависимости между генерируемыми элементами различных столбцов матрицы  $\tilde{\mathbf{W}}$ .

Для выполнения требования независимости при реализации рассматриваемого алгоритма будем считать, что компоненты вектора весовых коэффициентов  $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_m)$  имеют рав-

номерное распределение, а сам вектор  $\mathbf{w}$  также равномерно распределен на симплексе размерностью  $(m - 1)$  в  $m$ -мерном пространстве. Значения параметров  $w_j$  по каждой оси отсчитываются дискретно с шагом  $h = 1/n$ , где  $n$  — параметр, задающий точность представления значений. В результате генерируется множество  $W(m, n)$  всех возможных векторов весовых коэффициентов на гиперкубе и выбираются только векторы, принадлежащие симплексу.

Учет нечисловой, неточной и неполной информации  $I$  о весовых коэффициентах  $w_1, \dots, w_m$  позволяет, как правило, существенно сократить множество  $W(m, n)$  до некоторого непустого множества  $W(m, n; I)$  всех допустимых весовых векторов.

Для  $m=3$  полученное множество  $W(m, n; I)$  можно наглядно изобразить на пространственном графике, как показано на рис. 2. Условие нормировки  $w_1 + w_2 + w_3 = 1$  задает в координатах  $(w_1, w_2, w_3)$  плоскость, на которой расположены элементы множества  $W(m, n)$ . При задании различного вида исходной информации (точечной, интервальной, порядковой) формируется часть плоскости, содержащая элементы  $W(m, n; I)$ .

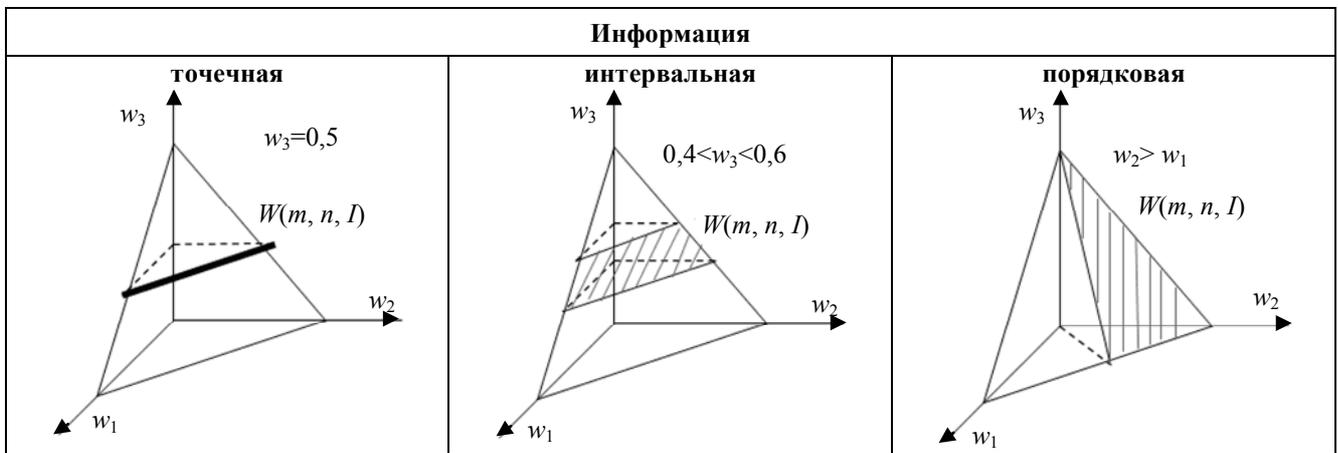


Рис. 2

Преимущество разработанного алгоритма заключается в том, что таким способом можно задать любые недостаточно определенные исходные данные, в том числе и в лингвистическом представлении. Способ задания исходной информации влияет на форму геометрической фигуры — части плоскости, содержащей множество  $W(m, n; I)$ .

Неопределенность выбора вектора  $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_m)$  из множества  $W(m, n; I)$  моделируется путем рандомизации этого выбора, в результате которой весовые коэффициенты преобразуются в случайные величины  $\tilde{w}_1(I), \dots, \tilde{w}_m(I)$ , имеющие совместное равномерное распределение на множестве  $W(m, n; I)$ .

**Параллельная реализация алгоритма.** Разработанная система интервального оценивания информационных рисков построена по архитектуре клиент-сервер. Серверная часть обеспечивает взаимодействие клиента с вычислительным кластером, параллельная обработка данных на кластере поддерживается средствами интерфейса MPI [6].

В разработанной программе на кластере реализована наиболее ресурсоемкая часть приложения, а именно генерация множества допустимых (удовлетворяющих исходным данным) векторов  $\mathbf{w}_j$ . Поскольку эти векторы взаимонезависимы, их вычисление может быть организовано в параллельных ветвях алгоритма, структурная схема которого представлена на рис. 3. На схеме  $i$ -я ветвь алгоритма, порожденная функцией  $\text{MPI\_Init}()$ , генерирует множество допустимых векторов для столбца  $\mathbf{w}_j$  матрицы  $\mathbf{W}$ . Каждая ветвь содержит цикл из  $N$  итераций

( $k$  — номер текущей итерации), где  $N$  определяет количество генерируемых векторов. С увеличением  $N$  возрастает точность получаемого результата. На каждой итерации генерируется случайный вектор  $\tilde{w}_j$ , имеющий равномерное распределение на симплексе в  $m$ -мерном пространстве. Далее, вектор  $\tilde{w}_j$  проверяется на соответствие исходной информации  $I$ .

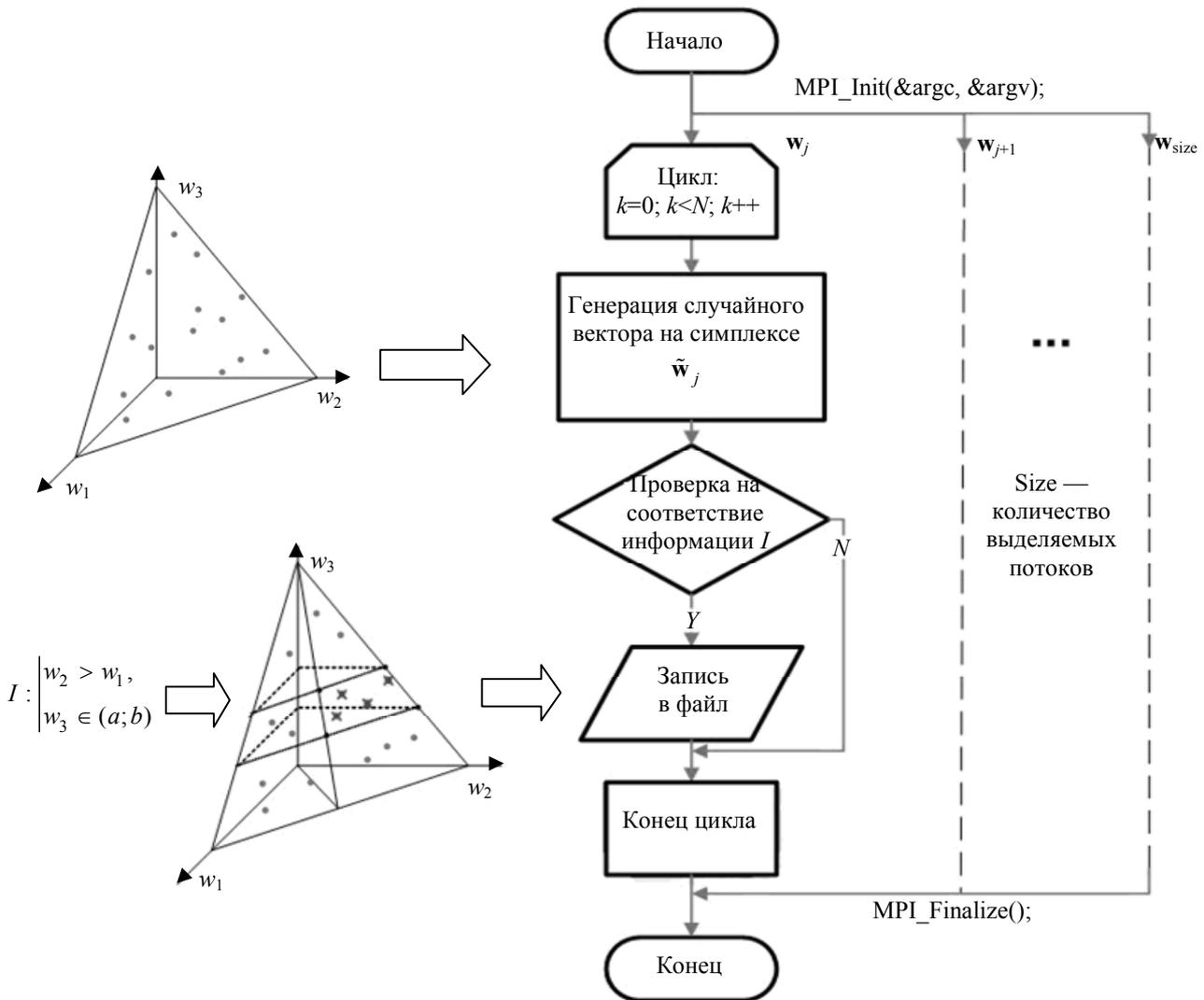


Рис. 3

Программа может работать с такими видами исходной информации, как точечная, интервальная и порядковая, допуская отсутствие информации. Расширение этого списка не представляет принципиальных сложностей. При этом если какой-либо параметр задан точно ( $w_{ij} = a$ ), то при анализе в программе это условие задается интервалом  $w_{ij} \in (a - h / 2; a + h / 2)$ . Векторы, удовлетворяющие информации  $I$ , записываются в файл результатов, который по окончании вычислений передается на клиентскую сторону.

**Выводы.** Разработанная система позволяет преодолеть такие недостатки существующих программных продуктов, как точечность оценок и ограничения на способы задания исходных данных. По сравнению с методиками, применяемыми в других экспертных системах, использование предложенной системы позволяет повысить достоверность оценок и доверие к результатам оценивания.

Обработка большого количества информации при анализе входных данных требует значительных вычислительных ресурсов, причем время вычислений резко возрастает с увеличе-

нием сложности объекта анализа. Параллельная реализация алгоритма позволяет за приемлемое время производить расчет более сложных моделей, представляющих реальные объекты.

Разработанная система может быть востребована организациями, проводящими комплексный аудит информационной безопасности; государственными органами, ответственными за обеспечение безопасности информационных ресурсов, комплексной и экологической безопасности объектов; вузами, ведущими подготовку по соответствующим специальностям.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Медведовский И. Д.* Современные методы и средства анализа и контроля рисков информационных систем компаний. [Электронный ресурс]: <<http://www.bugtraq.ru/library/security/itrisk.html>>.
2. *Бурдин О. А., Кононов А. А.* Комплексная экспертная система управления информационной безопасностью // Информационное общество. 2002. № 1. С. 38—44.
3. *Петренко С. А., Симонов С. В.* Управление информационными рисками // Экономически оправданная безопасность М.: ДМК Пресс, 2004. 384 с.
4. *Шишкин В. М.* Мета модель анализа, оценки и управления безопасностью информационных систем // Проблемы управления информационной безопасностью: Сб. трудов Ин-та системного анализа РАН. М.: Едиториал УРСС, 2002. С. 92—105.
5. *Хованов Н. В.* Анализ и синтез показателей при информационном дефиците. СПб: Изд-во СПбГУ, 1996. 196 с.
6. *Воеводин В. В., Воеводин Вл. В.* Параллельные вычисления. СПб: БХВ-Петербург, 2004. 606 с.

#### *Сведения об авторах*

**Сергей Витальевич Савков**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра проектирования компьютерных систем; E-mail: [sergsavkov@gmail.com](mailto:sergsavkov@gmail.com)

**Владимир Михайлович Шишкин**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, лаборатория информационно-вычислительных систем и проблем защиты информации; ст. науч. сотрудник; E-mail: [vms@iias.spb.su](mailto:vms@iias.spb.su)

Рекомендована кафедрой  
проектирования компьютерных систем  
СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию  
08.02.10 г.

В. С. СИЗИКОВ, А. В. КРИВЫХ

## ПРИМЕНЕНИЕ СПОСОБА ЭТАЛОННЫХ ПРИМЕРОВ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СПЕКТРОСКОПИИ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Рассматривается обратная задача спектроскопии — восстановление истинного спектра по измеренному спектру и аппаратной функции спектрометра путем решения интегрального уравнения Фредгольма I рода. Поскольку решается некорректная задача, то для получения устойчивого численного решения используется метод регуляризации Тихонова, при этом параметр регуляризации выбирается на основе решения эталонных примеров. Эффективное решение данной задачи позволит повысить разрешающую способность спектрометра. Приведены численные примеры.

**Ключевые слова:** обратная задача спектроскопии, интегральное уравнение, метод регуляризации Тихонова, способ эталонных примеров, разрешающая способность спектрометра, MatLab.

**Введение.** Для качественного и количественного исследования веществ широко используется *спектральный анализ* [1—6], основанный на изучении спектров излучения, поглощения, отражения, комбинационного рассеяния света и люминесценции. Под спектром  $u(\nu)$  будем подразумевать зависимость интенсивности излучения  $u$  от частоты  $\nu$ . Области применения спектрального анализа являются физика, астрофизика, томография, механика, металлургия, химия и т.д.

Различают следующие виды спектров [3, 5, 6]:

— *непрерывные* или *сплошные* — спектры, ширина спектральных линий которых заметно превышает естественную ширину [4, 6]; спектры с медленно меняющейся интенсивностью [1]; спектры, интенсивность которых, в терминах математики, изменяется непрерывно (однако могут присутствовать и „пустоты“ в спектре);

— *дискретные* — спектры, состоящие из отдельных почти монохроматических спектральных линий [3];

— *полосатые* — спектры, состоящие из ряда полос, каждая из которых состоит из набора близких дискретных линий [3—6], и др.

Для разложения излучения в спектр и его регистрации используются спектральные приборы (см. обзор В. А. Никитина: [5, с. 703—707]).

Спектральный анализ можно условно разделить на два типа:

— *широкополосный анализ* — изучение спектра в широкой полосе частот  $\nu \in [\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ , например изучение спектра звезды во всем видимом диапазоне;

— *узкополосный анализ* — изучение спектра в узкой полосе частот, например изучение сверхтонкой структуры отдельной линии [1, 3].

**Постановка задачи.** Измеренный спектрометром (например, интерферометром Фабри — Перо [5, 6]) спектр  $u(\nu)$  обычно отличается от *истинного спектра*  $z(\nu)$ . Это проявляется, во-первых, в большей сглаженности спектра  $u(\nu)$  по сравнению с  $z(\nu)$  (не разрешены близкие линии, сглажена тонкая структура спектральной линии, что является результатом воздействия аппаратной функции спектрального прибора [2—4, 6]) и, во-вторых, в зашумленности спектра  $u(\nu)$  (слабые линии „тонут“ в шуме, что является результатом случайных погрешностей измерений [1—3]).

Приведем определение аппаратной функции (АФ) [3]: *аппаратной функцией*  $K(v, v')$  спектрометра называется его реакция (в виде измеренной интенсивности) на дискретную линию единичной интенсивности и частоты  $v'$  при настройке спектрометра на частоту  $v$ . Другие названия АФ [1, 3, 4, 6]: спектральная чувствительность, инструментальный контур, функция щели и т.д.

Аппаратная функция — это, вообще говоря, функция двух переменных, если ее форма (ширина и т.д.) изменяется с изменением частоты настройки (регистрации)  $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ . Обычно с увеличением частоты  $v$  АФ становится уже, что характерно для широкополосной спектроскопии. Если же АФ практически не изменяется при изменении  $v$ , то АФ является разностной (частотно-инвариантной) функцией:  $K(v, v') = K(v - v')$ , что имеет место, например, при изучении тонкой структуры отдельной линии.

На рис. 1 приведен непрерывный широкополосный измеренный спектр  $u(v)$ , сглаженный аппаратной функцией спектрометра  $K(v, v')$  [3, 5], зашумленный измеренный спектр  $\tilde{u}(v)$  и АФ спектрометра, причем поскольку  $K(v, v')$  — функция двух переменных, то приведено одно из ее „сечений“  $K(2, v')$ ; на рис. 1 обозначения  $v, v', u, \tilde{u}$  и  $K$  даны в условных единицах.

$u, \tilde{u}, K, \text{ у.е.}$

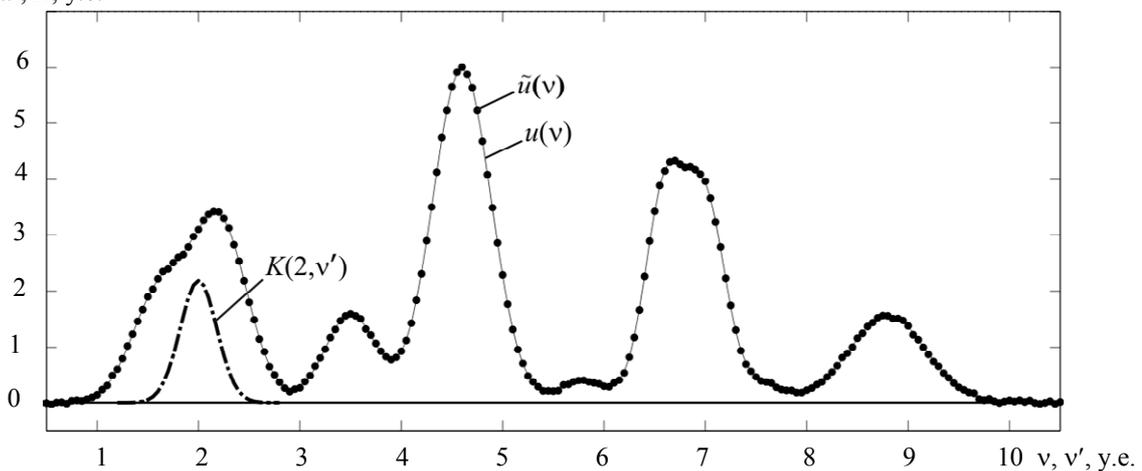


Рис. 1

Следует отметить, что подобный вид имеет непрерывный узкополосный спектр [3], например сверхтонкая структура отдельной линии, обусловленная магнитными или электрическими полями (эффект Зеемана или Штарка), а также тепловым уширением (эффект Доплера) [5].

Как видно из рис. 1, в измеренном спектре  $u(v)$  (тем более, в зашумленном спектре  $\tilde{u}(v)$ ) могут быть не разрешены близкие линии и не выявлены слабые, причем этот эффект тем сильнее, чем шире АФ  $K(v, v')$  (а также чем выше уровень шумов), другими словами, чем меньше разрешающая способность спектрометра [1, 5].

**Математическая формулировка обратной задачи спектроскопии.** Рассмотрим истинный *непрерывный спектр*  $z(v')$ ,  $v' \in [a, b]$ , характерный для веществ с повышенной плотностью (жидкий металл).

Измеренная интенсивность  $u(v)$  при настройке спектрометра на частоту  $v$  равна интегралу (сумме) по всем интенсивностям  $z(v')$  с весовой функцией  $K$ :

$$u(v) = \int_a^b z(v') K(v, v') dv', \quad (1)$$

откуда, варьируя значение  $v$  (т.е. выполняя сканирование по спектру) и учитывая зашумленность спектра  $u(v)$ , получаем

$$\int_a^b K(v, v') z(v') dv' = \tilde{u}(v), \quad c \leq v \leq d, \quad (2)$$

где  $[c, d]$  — пределы изменения  $v$  (обычно более широкие, чем  $[a, b]$ ).

В соотношении (2) известны (измерены или заданы)  $\tilde{u}(v)$ ,  $K(v, v')$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , а  $z(v')$  является искомой функцией.

Соотношение (2) есть интегральное уравнение Фредгольма I рода относительно  $z(v')$ . Если  $K(v, v') = K(v - v')$ , то

$$\int_0^{\infty} K(v - v') z(v') dv' = \tilde{u}(v), \quad 0 \leq v < \infty. \quad (3)$$

Соотношение (3) есть интегральное уравнение Фредгольма I рода типа свертки на полуоси. Задача решения уравнений (2) и (3) является *некорректной* [2, 3, 4, 7]: если решать уравнение (2), например, методом квадратур, а уравнение (3) — методом преобразования Фурье, то в качестве решения получим так называемую „пилу“ [3] — крайне неустойчивое решение. Поэтому для устойчивого решения этих уравнений необходимо применение устойчивых методов, например метода регуляризации Тихонова [3, 4, 7].

При решении задачи обработки спектра в широкой полосе частот следует учитывать изменение формы АФ  $K(v, v')$  с изменением частоты  $v$ . При решении задачи обработки спектра в узкой полосе частот следует использовать уравнение Фредгольма I рода с разностным ядром:

$$\int_a^b K(v - v') z(v') dv' = \tilde{u}(v), \quad c \leq v \leq d. \quad (4)$$

Задача решения уравнений (2)—(4) связана с задачей редукиции к идеальному спектральному прибору [1—5, 8] — одним из вариантов редукиционной проблемы Рэлея [9]. Успешное решение задачи редукиции позволит путем численной обработки результатов повысить разрешающую способность спектрального прибора.

**Метод регуляризации Тихонова.** Применительно к интегральному уравнению Фредгольма I рода (типа соотношения (2)) [3, 7]

$$A y \equiv \int_a^b K(x, s) y(s) ds = f(x), \quad c \leq x \leq d, \quad (5)$$

метод регуляризации Тихонова сводится к решению интегрального уравнения

$$\alpha y_{\alpha}(t) + \int_a^b R(t, s) y_{\alpha}(s) ds = F(t), \quad a \leq t \leq b, \quad (6)$$

где  $\alpha > 0$  — параметр регуляризации, а новое ядро и новая правая часть равны

$$R(t, s) = R(s, t) = \int_c^d K(x, t) K(x, s) dx, \quad F(t) = \int_c^d K(x, t) f(x) dx. \quad (7)$$

**Способ эталонных примеров для выбора параметра регуляризации.** Существует ряд способов выбора *параметра регуляризации*  $\alpha$ : способ невязки, обобщенный принцип невязки, метод перекрестной значимости, локальный регуляризирующий алгоритм, способ подбора и др. [3, 4, 7, 10—13].

В данной статье предлагается использовать *способ эталонных примеров* для выбора параметра  $\alpha$  [7, 14, 15] с учетом дополнительной (априорной) информации о решении (искомом спектре).

Рассмотрим операторное уравнение I рода:  $A y = f$  (ср. с уравнением (5)). Пусть вместо точных значений  $f$  и  $A$  известны  $\tilde{f}$  и  $\tilde{A}$ , такие что  $\|\tilde{f} - f\| \leq \delta$ ,  $\|\tilde{A} - A\| \leq \xi$ . При использова-

нии метода регуляризации Тихонова решается уравнение  $\alpha y_\alpha + \tilde{A}^* \tilde{A} y_\alpha = \tilde{A}^* \tilde{f}$  (ср. с уравнением (6)). Пусть  $\Delta y_\alpha = y_\alpha - y$  — погрешность регуляризованного решения  $y_\alpha$ , а  $y$  — точное решение (нормальное псевдорешение [7, 12, 13]). В работах [7, 14, 15] получена следующая оценка относительной погрешности регуляризованного решения по норме:

$$\frac{\|\Delta y_\alpha\|}{\|y\|} \leq \varepsilon(\alpha), \quad (8)$$

где

$$\varepsilon(\alpha) = \frac{\|\tilde{A}\| \eta}{2\sqrt{\alpha}} + \frac{p\alpha}{p\alpha + 1}. \quad (9)$$

Здесь  $\eta = \delta_{\text{отн}} + \xi_{\text{отн}}$ , причем  $\delta_{\text{отн}} = \delta/\|f\|$  и  $\xi_{\text{отн}} = \xi/\|A\|$  — относительные погрешности исходных данных;  $p = \|\tilde{A}^+\|^2$ ,  $A^+$  — псевдообратный оператор:  $A^+ f = y$  [12].

Функция  $\varepsilon(\alpha)$  является огибающей для истинной относительной погрешности

$$\sigma(\alpha) = \frac{\|\Delta y_\alpha\|}{\|y\|}. \quad (10)$$

В работах [7, 14, 15] показано, что функция  $\varepsilon(\alpha)$  имеет (единственный) минимум при  $p(\|\tilde{A}\| \eta)^2 < 27/16 \approx 1,69$ . Согласно соотношениям (8), (9) оценка относительной погрешности  $\|\Delta y_\alpha\|/\|y\|$  регуляризованного решения  $y_\alpha$  зависит от  $\tilde{A}$  и  $\eta$ . Поэтому если решается несколько задач (примеров) с одинаковыми  $\tilde{A}$  и  $\eta$ , то для них оценки погрешности  $\|\Delta y_\alpha\|/\|y\|$  будут одинаковыми.

Отсюда следует, что при решении некоторого *исходного примера*  $P$  с неизвестным (искомым) решением  $y_P$  можно использовать результаты решения другого, *модельного (эталонного), примера*  $Q$  с известным (заданным) точным решением  $y_Q$ , но с такими же  $\tilde{A}$  и  $\eta$ , что и в примере  $P$ . При решении примера  $Q$  можно рассчитать функцию  $\sigma(\alpha)_Q = \|\Delta y_{\alpha Q}\|/\|y_Q\|$  и по ней найти  $\alpha_{\text{опт } Q}$  — значение  $\alpha$ , при котором  $\sigma(\alpha) = \min_\alpha$ . Это значение  $\alpha_{\text{опт } Q}$  может быть использовано при решении исходного примера  $P$ .

Отметим, что для повышения эффективности предлагаемого способа модельные примеры  $Q$  должны содержать дополнительную, априорную, информацию об исходном примере  $P$ . Применительно к спектроскопии следует на основе анализа функции  $\tilde{f}_P$  произвести предварительную оценку количества спектральных линий (максимумов) в искомом спектре  $y_P$ , соотношений их интенсивностей и значений их частот. Использование такой информации в модельных примерах  $Q$  позволит более точно оценить параметр  $\alpha$ .

**Примеры.** В пакете прикладных программ MatLab были решены два численных примера. Оба примера описываются интегральным уравнением типа (2), которое решается методом квадратур с регуляризацией Тихонова [3, с. 195] с помощью разработанной m-функции Tikh.m.

*Первый пример* — это исходный пример  $P$  (оригинал), для которого известны лишь зашумленный измеренный спектр  $\tilde{y}(v)$  на сетке узлов  $v = c, c+h, \dots, d$ , причем  $c = 0,5$ ,  $d = 10,5$ ,  $h = \text{const} = 0,05$  (в условных единицах), и аппаратная функция

$$K(v, v') = \sqrt{q/\pi} \cdot \exp\left[-\frac{q(v-v')^2}{1-0,2(v/10)^2}\right], \quad (11)$$

где  $q = 15$  (ширина  $K(v, v')$  убывает с ростом частоты  $v$ ). При этом истинный спектр  $z(v)$  неизвестен.

Напомним (см. рис. 1), что измеренный спектр  $u(v)$  имеет сложную структуру, а именно: содержит шесть флуктуаций, две из которых (при  $v \approx 2$  и  $v \approx 6,8$ ) скорее всего состоят каждая из двух линий, но они не разрешены из-за того, что АФ имеет некоторую ширину и, тем самым, ограничивает разрешающую способность спектрометра. Из этого следует, что на самом деле в спектре имеется восемь или более спектральных линий. Поэтому в качестве *второго* (модельного) *примера Q* был рассмотрен близкий к оригиналу *P* пример, истинный спектр  $z(v)$  которого состоит из 10 спектральных линий, имеющих вид гауссианы:

$$\begin{aligned} z(v) = & 3,0 \exp \{-(v-1,7)/0,25\}^2\} + 4,5 \exp \{-(v-2,3)/0,35\}^2\} + \\ & + 2,5 \exp \{-(v-3,4)/0,20\}^2\} + 0,4 \exp \{-(v-3,9)/0,10\}^2\} + \\ & + 8,2 \exp \{-(v-4,7)/0,30\}^2\} + 0,5 \exp \{-(v-5,9)/0,25\}^2\} + \\ & + 9,2 \exp \{-(v-6,5)/0,10\}^2\} + 8,5 \exp \{-(v-6,9)/0,10\}^2\} + \\ & + 0,4 \exp \{-(v-7,4)/0,25\}^2\} + 2,0 \exp \{-(v-8,7)/0,50\}^2\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Измеренный спектр  $u(v)$  для примера *Q* был рассчитан численно по формуле

$$u(v) = \int_a^b K(v, v') z(v') dv', \quad c \leq v \leq d, \quad (13)$$

при  $a = 1$ ,  $b = 10$  (в условных единицах). К значениям  $u$  были добавлены случайные нормальные погрешности с СКО = 0,02 (что соответствует  $\delta_{\text{отн}} \approx 1\%$ ) и СКО = 0,002 ( $\delta_{\text{отн}} \approx 0,1\%$ ). АФ спектрометра для примера *Q* была взята в виде (11), причем (чтобы промоделировать неточность знания АФ) параметр  $q$  был принят равным 15 (что соответствует  $\xi_{\text{отн}} = 0$ ), а также  $q = 15 \cdot (1 - 0,001)$  при  $\xi_{\text{отн}} \approx 0,1\%$  и  $q = 15 \cdot (1 - 0,03)$  при  $\xi_{\text{отн}} \approx 3\%$ .

На рис. 2 для примера *Q* представлены истинный (точный) спектр  $z(v)$  — кривая 1, измеренный (экспериментальный) спектр  $u(v)$  — кривая 2, зашумленный спектр  $\tilde{u}(v)$  — отмечен точками 2, и АФ  $K(2, v')$  — кривая 3.

$u, \tilde{u}, z, K$ , у.е.

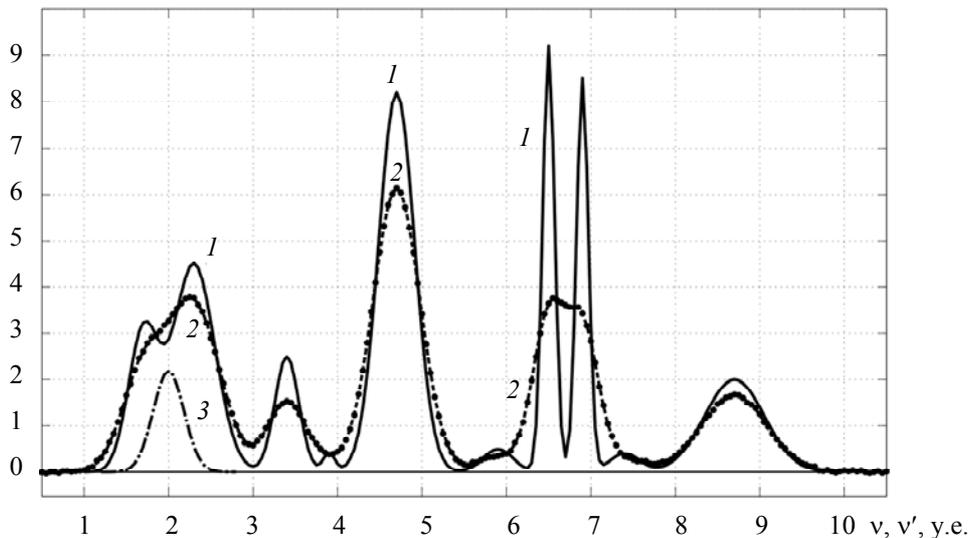


Рис. 2

Далее, модельный пример *Q* был решен методом квадратур с регуляризацией Тихонова с помощью m-функции Tikh.m для ряда значений параметра регуляризации  $\alpha$  и построена за-

зависимость относительной погрешности регуляризованного решения  $z_\alpha(v)$  по отношению к точному решению  $z(v)$  (см. формулу (10)):

$$\sigma(\alpha) = \frac{\|z_\alpha(v) - z(v)\|}{\|z(v)\|}. \quad (14)$$

На рис. 3 представлены зависимости  $\sigma(\alpha)$  для трех вариантов погрешностей, отображенных соответственно следующими кривыми: 1 — при  $\delta_{\text{отн}} \approx 1\%$ ,  $\xi_{\text{отн}} = 0$ ; 2 — при  $\delta_{\text{отн}} \approx \xi_{\text{отн}} \approx 0,1\%$ ; 3 — при  $\delta_{\text{отн}} \approx 1\%$ ,  $\xi_{\text{отн}} \approx 3\%$ , поскольку в примере-оригинале  $P$  обычно погрешности известны неточно. На рис. 3 представлена также огибающая  $\varepsilon(\alpha)$ , при построении которой было положено:  $\eta = 10^{-2}$ ,  $\|A\| = \|u\|_{L_2} / \|z\|_{L_2} = 0,823$ , а значение  $p$  было подобрано таким образом, чтобы кривая  $\varepsilon(\alpha)$  касалась кривых 1—3.

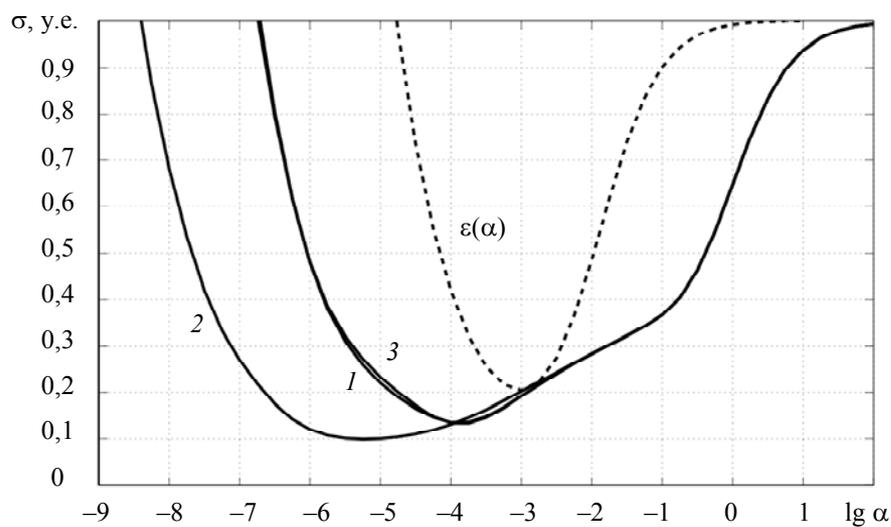


Рис. 3

Как видно из рис. 3, оптимальное значение параметра регуляризации  $\alpha$ , например, для варианта 1 по минимуму кривой  $\sigma(\alpha)$  равно приблизительно  $10^{-3,7}$ . Однако при таком значении  $\alpha$  в спектре  $z_\alpha(v)$  хорошо восстанавливаются сильные линии, а слабые линии „отягощены“ ложными флуктуациями и лучше восстанавливаются при большем значении  $\alpha$ .

На рис. 4 представлены истинный спектр  $z(v)$  — кривая 1, измеренный спектр  $u(v)$  — кривая 2 и восстановленный спектр  $z_\alpha(v)$  — отмечен точками 3, при  $\delta_{\text{отн}} \approx 1\%$ ,  $\xi_{\text{отн}} = 0$  и  $\alpha = 10^{-3}$ ; кривой 4 отмечена АФ  $K(2, v')$ . Кроме того, огибающая  $\varepsilon(\alpha)$  (см. рис. 3) имеет минимум также при  $10^{-3}$ . Анализ графиков показывает, что спектр в модельном примере  $Q$  восстановился вполне удовлетворительно: разрешены близкие линии и восстановлены слабые линии, лишь на краю области (при  $v \geq 9,5$ ) наблюдаются слабые ложные флуктуации в спектре  $z_\alpha(v)$  — краевой эффект Гиббса.

При значении  $\alpha = 10^{-3}$ , выбранном для модельного примера  $Q$ , восстановлен спектр также в примере-оригинале  $P$  (см. рис. 5, где обозначения соответствуют принятым для рис. 4). Как и в примере  $Q$ , в примере  $P$  разрешены близкие линии и восстановлены слабые линии, но также проявился краевой эффект Гиббса (при  $v \geq 9,5$ ), причем не только на краю, но и в

середине спектра: при  $\nu \approx 5,8$  слабая линия показывает ложное расщепление на две линии, однако это слабые эффекты (на уровне погрешностей метода).

$z, z_{\alpha}, u, K, \text{ у.е.}$

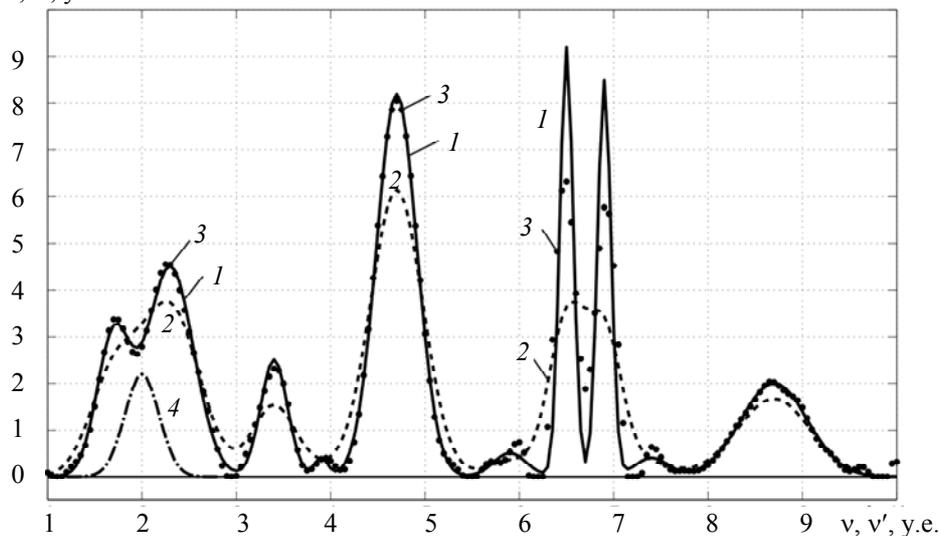


Рис. 4

$z, z_{\alpha}, u, K, \text{ у.е.}$

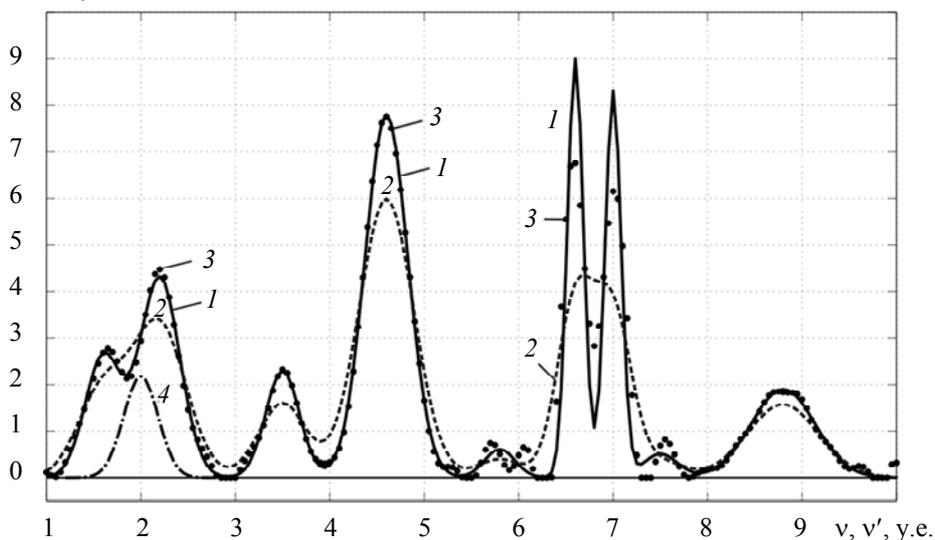


Рис. 5

Практическое использование изложенной методики позволит повысить разрешающую способность спектрометра.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 09-08-00034.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Раутиан С. Г. Реальные спектральные приборы // Успехи физических наук. 1958. Т. 66, вып. 3. С. 475—517.
2. Кочкиков И. В., Кураמיшина Г. М., Пентин Ю. А., Ягола А. Г. Обратные задачи колебательной спектроскопии. М.: Изд-во МГУ, 1993. 204 с.
3. Сизиков В. С. Математические методы обработки результатов измерений. СПб: Политехника, 2001. 240 с.
4. Старков В. Н. Конструктивные методы вычислительной физики в задачах интерпретации. Киев: Наукова думка, 2002. 264 с.
5. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А. М. Прохоров. М.: Сов. энциклопедия, 1984. 944 с.

6. Ландсберг Г. С. Оптика: Учеб. пособие. М.: Физматлит, 2006. 848 с.
7. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова думка, 1986. 544 с.
8. Краулия Э. К., Лиена С. Я., Пикалов В. В., Скудра А. Я. К проблеме исследования атомной сенсibilизированной флуоресценции по контурам спектральных линий // Некорректные обратные задачи атомной физики / Под ред. Н. Г. Преображенского. Новосибирск: ИТПМ, 1976. С. 61—72.
9. Глазов М. В., Болохова Т. А. Решение редуцированной проблемы Рэлея с использованием различных модификаций метода регуляризации // Оптика и спектроскопия. 1989. Т. 67, вып. 3. С. 533—537.
10. Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Седельников А. И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск: Наука, 1984. 240 с.
11. Воскобойников Ю. Е., Мухина И. Н. Локальный регуляризирующий алгоритм восстановления контрастных сигналов и изображений // Автометрия. 2000. № 3. С. 45—53.
12. Морозов В. А. Регулярные методы решения некорректно поставленных задач. М.: Наука, 1987. 240 с.
13. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990. 232 с.
14. Сизиков В. С. Обобщенный метод редукиции измерений // Электронное моделирование. 1991. Т. 13, № 4. С. 7—14.
15. Верлань А. Ф., Сизиков В. С., Мосенцова Л. В. Метод вычислительных экспериментов для решения интегральных уравнений в обратной задаче спектроскопии // Там же. 2011. Т. 33, № 2. С. 3—12.

**Сведения об авторах**

**Валерий Сергеевич Сизиков**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии;  
E-mail: sizikov2000@mail.ru

**Александр Владимирович Кривых**

— магистр; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии;  
E-mail: krivykh1987@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
измерительных технологий  
и компьютерной томографии

Поступила в редакцию  
24.01.11 г.

Ю. А. НИКИТИН

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ПАССИВНОГО ЦИФРОВОГО СИНТЕЗА

Рассмотрена математическая модель, предназначенная для анализа и расчета спектров двух- и многоуровневых колебаний с равномерной и неравномерной дискретизацией по фазе, а также многоуровневых колебаний, характеризующихся конечной точностью выбора узлов аппроксимации. Получены аналитические выражения для спектров колебаний с различными огибающими.

**Ключевые слова:** пассивный цифровой синтез, накапливающий сумматор, счетчик импульсов, делитель с дробно-переменным коэффициентом деления.

Методы двух- и многоуровневого пассивного цифрового синтеза (ПЦС) частот обеспечивают выполнение целого ряда жестких и взаимно противоречивых требований, предъявляемых к современной аппаратуре синтеза частот и обработки сигналов. К таким требованиям относят высокую долговременную стабильность фазы выходного колебания и ее преемственность при смене частот, малое время переключения с частоты на частоту, низкий относительный уровень дискретных побочных спектральных составляющих, малый уровень фазовых шумов.

Однако на спектр формируемого колебания существенным образом влияет алгоритм работы системы ПЦС как (цифрового) конечного автомата (КА). Наилучший спектр обеспечивается посредством методов оптимального синтеза, использование которых в случае двухуровневого ПЦС [1] позволяет аппаратно реализовать конечный автомат в виде накапливающего сумматора (НС) и/или делителя с дробно-переменным коэффициентом деления (ДДПКД), а в случае многоуровневого ПЦС — только НС, дополненный цифроаналоговым преобразователем или управляемым устройством задержки [2].

Целью настоящей статьи является описание работы конечного автомата применительно к теории синтеза частот и рассмотрение математической модели формирования периодического колебания с огибающей произвольной формы.

Рассмотрим структурные схемы некоторых простейших КА, применяемых в технике синтеза частот, и описывающие их работу алгоритмы [1—5].

Наиболее широко в системах активного и пассивного цифрового синтеза частот используются счетчики импульсов (СИ) (могут содержать поглотители импульсов) и накапливающие сумматоры (рис. 1, а, б соответственно).

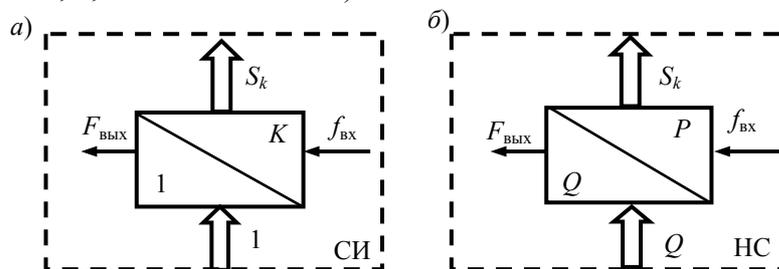


Рис. 1

Функция выхода (сигнал переполнения)  $\rho_k$  СИ определяется как

$$\rho_k = \lfloor k/P \rfloor - \lfloor (k-1)/P \rfloor; \quad \rho_k \in (0, 1), \quad (1)$$

где  $\lfloor * \rfloor$  — оператор выделения целой части числа, меньшей или равной ему; при этом длительность такта на входе КА равна  $T_0$ .

Функция переходов (текущая сумма)  $S_k$  для СИ определяется следующим образом:

$$S_k = P \{ k/P \}, \tag{2}$$

где  $\{*\}$  — оператор выделения дробной части числа,  $0 \leq \{ k/P \} < 1$  [5].

Изменение коэффициента пересчета СИ с дробно-переменным коэффициентом деления ( $N$ ) осуществляется с помощью поглотителя импульсов и накапливающего сумматора (рис. 2). Такое решение КА широко применяют в системах активного цифрового синтеза частот на основе колец импульсно-фазовой автоподстройки частоты. В последние годы в зарубежной литературе накапливающие сумматоры также называют аккумуляторами фазы и  $\Delta\Sigma$ -модуляторами: первое название пришло из теории и техники пассивного (прямого) цифрового синтеза (Direct Digital Synthesis — DDS), а второе — из теории и техники аналого-цифрового преобразования.

Из двух последовательно включенных НС первого порядка (рис. 3) состоит накапливающий сумматор второго порядка — НС<sub>2</sub> (и т.д.) (рис. 4).

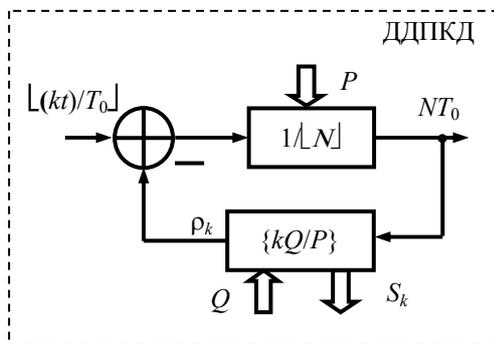


Рис. 2

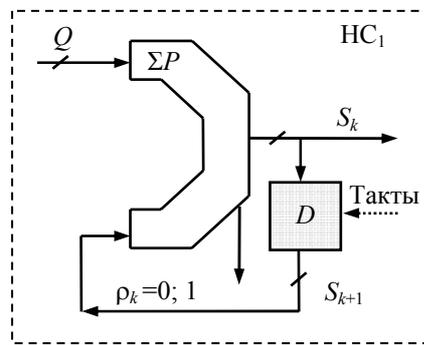


Рис. 3

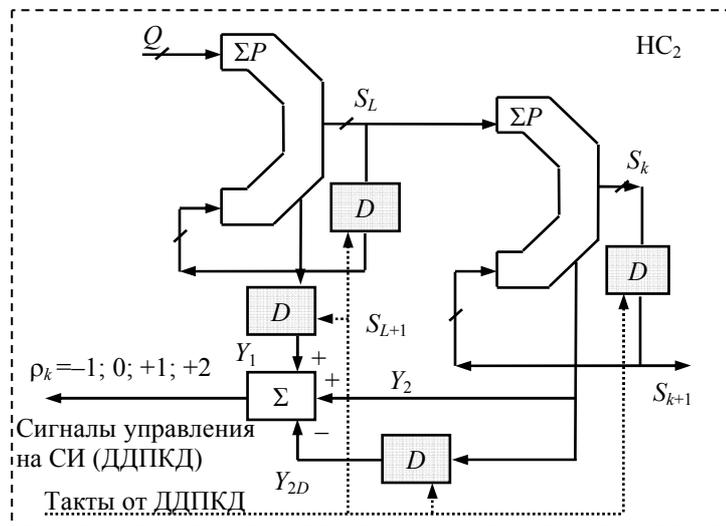


Рис. 4

Если принять емкость НС первого порядка ( $n=1$ ) равной  $P$  единиц (см. рис. 3), то на его входе можно записать число  $Q \in (0, 1, 2, \dots, P-1)$ .

Функцию  $\rho_k$  для НС<sub>1</sub> можно представить как

$$\rho_k = \lfloor kQ/P \rfloor - \lfloor (k-1)Q/P \rfloor; \quad \rho_k \in (0, 1), \tag{3}$$

а функцию  $S_k$  — как

$$S_k = P \{ kQ/P \}. \tag{4}$$

Сравнивая выражения (1) и (3), можно сделать вывод, что СИ является частным случаем НС<sub>1</sub> при  $Q = 1$ .

В табл.1 приведены примеры записи функций переходов (текущей суммы  $S_k$ ) и функции выхода (сигнала переполнения  $\rho_k$ ) для вариантов НС<sub>1</sub> различной емкости  $P$ .

Таблица 1

Функция	Номер такта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
<b><math>P = 7; Q = 2</math></b>										
$S_k$	0	2	4	6	1	3	5	0	2	
$\rho_k$	1	0	0	0	1	0	0	1	0	
<b><math>P=7; Q=3</math></b>										
$S_k$	0	3	6	2	5	1	4	0	3	
$\rho_k$	1	0	0	1	0	1	0	1	0	
<b><math>P=8; Q=3</math></b>										
$S_k$	0	3	6	1	4	7	2	5	0	
$\rho_k$	1	0	0	1	0	0	1	0	1	

В табл. 2—5 приведены примеры записи функций переходов и выходов для вариантов НС<sub>2</sub> различной емкости  $P$ ; в таблицах приняты следующие обозначения:

$S_L$  — текущая сумма 1;

$S_{L+1}$  — текущая сумма 1 при задержке ( $D$ ) на один такт;

$S_k$  — текущая сумма 2;

$S_{k+1}$  — текущая сумма 2 при задержке на один такт;

$Y_1, Y_2$  — сигналы управления;

$Y_{2D}$  — сигнал управления  $Y_2$  при задержке на один такт;

$\rho_k$  — сигнал управления СИ.

Таблица 2

**$P = 5; Q = 2$**

Функция	Номер такта												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$S_L$	2	4	1	3	0	2	4	1	3	0	2	4	1
$S_{L+1}$	0	2	4	1	3	0	2	4	1	3	0	2	4
$S_k$	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0	2	1	2
$S_{k+1}$	0	2	1	2	0	0	2	1	2	0	0	2	1
$Y_1$	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
$Y_2$	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
$Y_{2D}$	0	0	-1	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	-1
$\rho_k$	1	1	-1	2	-1	1	1	-1	2	-1	1	1	-1

Таблица 3

**$P = 7; Q = 3$**

Функция	Номер такта										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S_L$	3	6	2	5	1	4	0	3	6	2	5
$S_{L+1}$	0	3	6	2	5	1	4	0	3	6	2
$S_k$	3	2	4	2	3	0	0	3	2	4	2
$S_{k+1}$	0	3	2	4	2	3	0	0	3	2	4
$Y_1$	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
$Y_2$	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
$Y_{2D}$	0	0	-1	0	-1	0	-1	0	0	-1	0
$\rho_k$	1	1	-1	2	-1	2	-1	1	1	-1	2

Таблица 4

$P = 8; Q = 3$

Функция	Номер такта																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$S_L$	3	6	1	4	7	2	5	0	3	6	1	4	7	2	5	0	3	6
$S_{L+1}$	0	3	6	1	4	7	2	5	0	3	6	1	4	7	2	5	0	3
$S_k$	3	1	2	6	5	7	4	4	7	5	6	2	1	3	0	0	3	1
$S_{k+1}$	0	3	1	2	6	5	7	4	4	7	5	6	2	1	3	0	0	3
$Y_1$	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
$Y_2$	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
$Y_{2D}$	0	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0	-1	0	-1	-1	0	-1	0	0
$\rho_k$	1	1	-1	1	1	-1	2	-1	1	1	-1	2	0	-1	2	-1	1	1

Таблица 5

$P = 10; Q = 3$

Функция	Номер такта																				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$S_L$	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0	3
$S_{L+1}$	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0
$S_k$	3	9	8	0	5	3	4	8	5	5	8	4	3	5	0	8	9	3	0	0	3
$S_{k+1}$	0	3	9	8	0	5	3	4	8	5	5	8	4	3	5	0	8	9	3	0	0
$Y_1$	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
$Y_2$	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
$Y_{2D}$	0	0	0	-1	-1	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	-1	0	-1	0	0	-1	-1	0
$\rho_k$	1	0	1	0	0	1	-1	1	1	-1	1	1	0	-1	2	-1	0	2	0	-1	1

В табл. 1—5 фоном выделен период повторения цикла счета.

Для анализа спектра выходных колебаний КА, дискретных во времени с шагом  $T_0 = 1/f_0$  и/или квантованных по амплитуде с шагом  $s$ , в работе [6] рассмотрена математическая модель (рис. 5), пригодная для формирования цифрового колебания ( $A_B(t)$ ) с периодической огибающей любой формы. Модель позволяет учесть конечную точность воспроизведения огибающей при использовании ограниченного набора строго периодических колебаний разной амплитуды и частоты следования, причем на периоде неравномерности структуры выходного потока импульсов  $T_c = 1/F_c$  укладывается целое число периодов вспомогательных колебаний модели; здесь  $T_c = QT_B = PT_0$ ,  $T_B = 1/F_{\text{вых}}$ . Аналогичная структура, пригодная для компьютерного моделирования и анализа спектров цифровых двухуровневых колебаний, рассмотрена в работе [7].

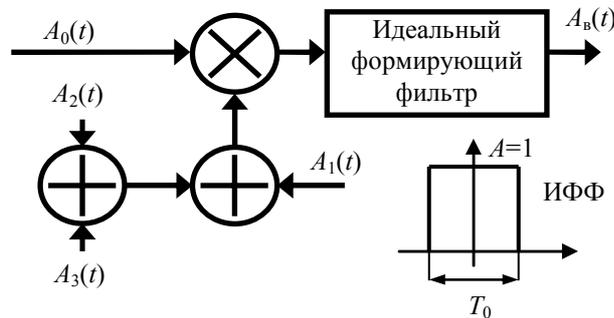


Рис. 5

Например, для модели формирования цифровой моногармоники (ЦМ) с равномерной дискретизацией по времени  $T_0$  целесообразно выбрать следующие исходные строго периодические колебания:

- $A_0(t)$  — периодическую последовательность  $\delta$ -импульсов с периодом следования  $T_0$ ;
- $A_1(t) = \sin(2\pi Qt)$  — моногармоническую огибающую требуемой (синтезируемой) частоты;

$$A_2(t) = A_3(t) = 0;$$

ИФФ — идеальный формирующий фильтр с шириной окна, равной  $T_0$ .

Для спектра ЦМ можно записать

$$A_{\text{ЦМ}}(n) = (-1)^n P \frac{\sin(\pi Q / P)}{\pi(nP \pm Q)},$$

где  $n = 0, 1, \dots$

Аналогично, если принять

$$A_{\text{ЦТ}}(t) = \begin{cases} 1 + X / \pi & \text{для } -\pi \leq X \leq 0; \\ 1 - X / \pi & \text{для } 0 \leq X \leq \pi; \end{cases}$$

$$A_2(t) = A_3(t) = 0, \quad X = t/T_0, \quad PT_0/Q = \pi, \quad 0 \leq t \leq T_0,$$

получим модель формирования цифрового треугольного колебания (треугольника — ЦТ) с равномерной дискретизацией по времени  $T_0$ , для спектра которого можно записать

$$A_{\text{ЦТ}}(k) = 2\lambda\mu \frac{\sin[\pi(Q \pm k) / P]}{\pi P(Q \pm k) \sin^2[\pi(R+1) / P]},$$

где  $\mu = 1 \forall P \equiv 0 \pmod{2}$ ;  $\mu = \cos[\pi(R+1) / P] \forall P \equiv 1 \pmod{2}$ ;  $\lambda = 1 \cos[\pi(R+1)]$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots, Q-1$ ;  $R = (-1)^{r-1} (\pm k)P_{r-1}$ ; здесь  $P_{r-1}$  — числитель предпоследнего  $(r-1)$ -го члена разложения коэффициента деления  $N = 2P/Q$  в цепную дробь по алгоритму Евклида [5].

Одна из важных характеристик выходных колебаний КА, применительно к задачам синтеза частот, — уровень  $E$  полезной составляющей спектра, отнесенный к амплитуде  $A$  моногармонического колебания требуемой частоты:  $G = 20 \lg(E/A)$ . Параметр  $G$  позволяет оценить степень приближения формируемого конечным автоматом цифрового колебания к своему аналоговому прототипу. На рис. 6 показан график изменения параметра  $G$  в зависимости от коэффициента  $N = P/Q$  деления (частоты) КА для разных огибающих цифрового колебания: идеальной моногармоники с равномерной дискретизацией по времени, псевдо- и квазиеандра, цифрового треугольника с равномерной дискретизацией по времени [6, 7]. Здесь величины  $P$  и  $Q$  выражают соответственно номинальные значения частот опорного  $f_0$  и синтезируемого (выходного)  $F_{\text{вых}}$  колебаний в единицах общей меры  $F_c = f_0/P = F_{\text{вых}}/Q$  — шага сетки синтезируемых частот.

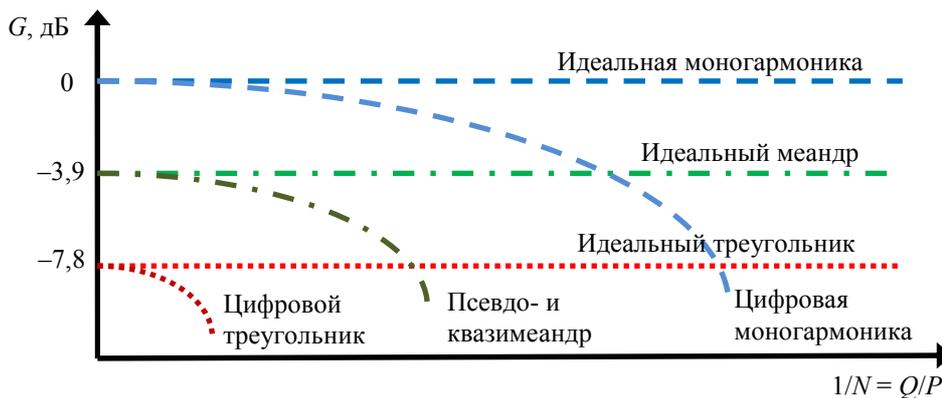


Рис. 6

Предложенная математическая модель позволяет производить численный расчет спектров формируемых конечным автоматом двух- и многоуровневых колебаний с равномерной и неравномерной дискретизацией по фазе, а также многоуровневых колебаний, характеризуемых конечной точностью выбора узлов аппроксимации, что, в свою очередь, позволяет получать аналитические выражения в свернутом виде для спектров колебаний с различной огибающей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Никитин Ю. А.* Широкополосный синтез частот с помощью цифровых структур // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1990. Т. 33, № 9. С. 39—47.
2. *Гуревич И. Н., Никитин Ю. А.* Синтез сетки частот с произвольным шагом // Радиотехника. 1992. № 4. С. 53—58.
3. *Брауэр В.* Введение в теорию конечных автоматов: Пер. с нем. М.: Радио и связь, 1987. 392 с.
4. Аperiodические автоматы / Под ред. *В. И. Варшавского*. М.: Наука, 1976. 424 с.
5. *Виноградов И. М.* Основы теории чисел. М.: Наука, 1972.
6. *Никитин Ю. А.* Математическая модель формирования колебаний с периодической огибающей // Тр. НИИР: Сб. статей. М., 1999. 124 с.
7. *Никитин Ю. А.* Конечный автомат как элемент цифровой системы синтеза частот // Докл. X Междунар. науч.-техн. конф. „Радиолокация, навигация, связь“. Воронеж, НПФ „САКВОЕЕ“ ООО, 2004. Т. 1. С. 526—533.

**Сведения об авторе****Юрий Александрович Никитин**

— канд. техн. наук; Филиал ФГУП НИИ радио — Ленинградский отраслевой НИИР, Санкт-Петербург; ст. науч. сотрудник;  
E-mail: yuriyan@list.ru

Рекомендована Институтом

Поступила в редакцию  
21.05.10 г.

---

---

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

---

---

УДК 621.391.82

А. Ю. Янушковский А. В. Кривошейкин

## ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМА СИГНАЛОВ ФАЗОАМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕИДЕАЛЬНОСТИ КВАДРАТУРНЫХ КАНАЛОВ

Предлагается метод нахождения допусков на параметры демодулятора в цифровых системах связи, в которых применяется квадратурная амплитудно-фазовая модуляция. Приводится выражение, связывающее отклонение угла сдвига фаз несущих колебаний квадратурных каналов демодулятора и вероятность ошибки.

*Ключевые слова:* номинальные значения, отклонение вероятности ошибки, квадратурная амплитудно-фазовая модуляция, поле сигналов, квадратурные каналы, пороговые уровни.

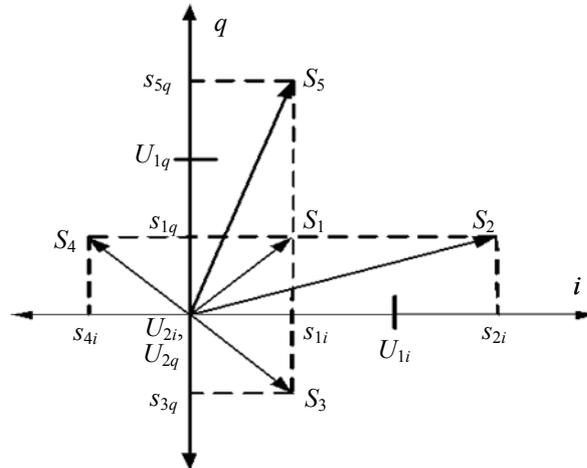
**Введение.** Квадратурная амплитудно-фазовая модуляция (КАМ) — это вид модуляции, при котором информация передается путем изменения амплитуды и фазы сигнала несущей частоты. При передаче цифровых сигналов некоторое число битов цифрового потока ставится в соответствие определенному сочетанию амплитуды и фазы; прием сигнала с такой модуляцией заключается в принятии решения о том, какое из возможных сочетаний амплитуды и фазы (далее — *сигналов*) было передано. Такая модуляция может быть реализована путем амплитудной модуляции двух синусоидальных колебаний, угол сдвига фаз которых составляет  $90^\circ$  (*квадратурные каналы  $i$  и  $q$* ), с последующим их сложением. При приеме сигнала, в процессе демодуляции, также производится его разделение на квадратурные составляющие (поэтому в данной статье вывод всех выражений осуществляется для двух каналов  $i$  и  $q$ ).

Показателем качества работы цифрового канала связи является *вероятность возникновения ошибки*, т.е. вероятность того, что при передаче какого-либо из сигналов было принято решение о приеме другого сигнала. Такая ошибка может возникнуть из-за наличия шумов в канале связи [1]. Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/шум для систем, использующих КАМ, известна и регламентируется соответствующими стандартами [2]. Однако на вероятность возникновения ошибки могут также влиять и отклонения параметров систем, составляющих канал связи, а также неточное их изготовление.

В настоящей статье рассматривается влияние отклонения одного из параметров системы от номинального значения на помехоустойчивость системы, в которой используется квадратурная амплитудно-фазовая модуляция. В качестве параметра системы, вызывающего увеличение вероятности ошибки, принят угол сдвига фаз несущих колебаний квадратурных каналов.

При выводе выражений было принято допущение, что на вероятность ошибки влияют только четыре сигнала  $S_2, S_3, S_4, S_5$ , ближайšie к переданному сигналу  $S_1$  (см. рисунок). Справедливость такого допущения объясняется в работе [3].

В данной статье рассматривается модель канала связи, в котором области сигналов приемника разделены некоторыми пороговыми уровнями  $U_{1i}, U_{2i}, U_{1q}, U_{2q}$  (см. рисунок), именно с этими значениями происходит сравнение принятого сигнала.



**Расчетные соотношения.** Фазы сигналов несущей частоты в квадратурных каналах многоуровневых систем передачи должны быть сдвинуты относительно друг друга на  $90^\circ$ . Неточность исполнения реальных систем (т.е. неточность выполнения операции сдвига несущих колебаний на  $90^\circ$  как в цифровых системах, так и в аналоговых) приводит к дополнительному сдвигу на угол  $\varphi$ , что вызывает увеличение вероятности ошибки при приеме сигнала. В этом случае передаваемый сигнал  $S_1$  определяется как

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{1i} \cos(\omega t + \varphi) + \xi_i + s_{1q} \sin(\omega t) + \xi_q = \\ &= s_{1i} \cos \varphi \cos(\omega t) + \xi_i + (s_{1q} - s_{1i} \sin \varphi) \sin(\omega t) + \xi_q, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $s_{1i}$  и  $s_{1q}$  — амплитуды квадратурных составляющих сигнала  $S_1$  при  $\varphi = 0$ ;  $\xi_i, \xi_q$  — гауссовские некоррелированные шумы в каналах  $i, q$ .

Из выражения (1) следует, что сигналы в каналах  $i$  и  $q$  приемника определяются соответственно соотношениями

$$S_{1i} = s_{1i} \cos \varphi + \xi_i, \quad (2)$$

$$S_{1q} = s_{1q} - s_{1i} \sin \varphi + \xi_q. \quad (3)$$

Распределение плотности вероятности принято нормальным исходя из закона больших чисел [4]. Математические ожидания сигналов (2) и (3) вычисляются как

$$M[S_{1i}] = s_{1i} \cos \varphi, \quad (4)$$

$$M[S_{1q}] = s_{1q} - s_{1i} \sin \varphi. \quad (5)$$

Рассмотрим сначала канал  $i$ . Вероятность ошибки  $P_i$ , возникающая в канале  $i$ , равна сумме вероятности того, что сигнал  $S_{1i}$  превысит пороговое значение  $U_{1i}$ , и вероятности того, что сигнал  $S_{1i}$  будет меньше значения  $U_{2i}$ . Таким образом, справедлива формула

$$P_i(M[S_{1i}]) = P(S_{1i} > U_{1i}) + P(S_{1i} < U_{2i}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{U_{1i}-M[S_{1i}]}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{U_{2i}-M[S_{1i}]}{\sigma}} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho, \quad (6)$$

где  $\rho$  — переменная интегрирования,  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение.

Разложим функцию  $P_i(M[S_{1i}])$  в ряд Тейлора по переменной  $M[S_{1i}]$  в окрестности значения  $s_{1i}$  и ограничимся тремя членами разложения. Найдем выражения для первой и второй производной и определим их значения при условии  $s_{1i} = \frac{U_{2i} + U_{1i}}{2}$ , т.е. при номинальном значении сигнала, находящемся в середине области (между пороговыми уровнями) [5]:

$$\frac{dP_i(s_{1i})}{dM[S_{1i}]} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2P_i(s_{1i})}{d(M[S_{1i}])^2} = \frac{2}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(U_{1i} - M[S_{1i}])^2}{8\sigma^2}\right) \left(\frac{U_{1i} - U_{2i}}{2}\right). \quad (8)$$

Ограничимся тремя членами разложения и представим выражение (6) в следующем виде:

$$P_i(M[S_{1i}]) = P_i(s_{1i}) + \frac{dP_i(s_{1i})}{dM[S_{1i}]}(M[S_{1i}] - s_{1i}) + \frac{1}{2} \frac{d^2P_i(s_{1i})}{d(M[S_{1i}])^2} (M[S_{1i}] - s_{1i})^2. \quad (9)$$

Подставив уравнения (7) и (8) в формулу (9), получим

$$P_i(M[S_{1i}]) - P_i(s_{1i}) = \frac{1}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{U_{1i} - U_{2i}}{8\sigma^2}\right) \left(\frac{U_{1i} - U_{2i}}{2}\right) (M[S_{1i}] - s_{1i})^2. \quad (10)$$

Введем функцию  $X(\varphi) = (M[S_{1i}] - s_{1i})^2$ , которая с учетом выражения (4) имеет вид

$$X(\varphi) = s_{1i}^2 (1 - \cos \varphi)^2. \quad (11)$$

Для разложения функции (11) в ряд Тейлора по переменной  $\varphi$  при  $\varphi = 0$  определим коэффициенты разложения:

$$\left. \frac{dX(\varphi)}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2X(\varphi)}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0} = 0, \quad \left. \frac{d^3X(\varphi)}{d\varphi^3} \right|_{\varphi=0} = 0, \quad \left. \frac{d^4X(\varphi)}{d\varphi^4} \right|_{\varphi=0} = 6s_{1i}^2.$$

Ограничимся пятью членами разложения и представим выражение (11) в следующем виде:

$$X(\varphi) = \frac{6}{4!} s_{1i}^2 \varphi^4 = \frac{1}{4} s_{1i}^2 \varphi^4. \quad (12)$$

Подставив формулу (12) в (10) и разделив обе части выражения (10) на величину  $P_i(s_{1i})$ , после выполнения преобразований получим

$$\frac{P_i(M[S_{1i}])}{P_i(s_{1i})} = 1 + \frac{\left[ \frac{1}{4\sigma^3 \sqrt{2\pi}} \frac{U_{1i} - U_{2i}}{2} s_{1i}^2 \exp\left(-\frac{(U_{1i} - U_{2i})^2}{8\sigma^2}\right) \varphi^4 \right]}{P_i(s_{1i})}. \quad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что при любом отклонении разности фаз от значения  $90^\circ$  вероятность ошибки увеличится.

Используя соотношение  $s_{1i} = \frac{U_{2i} + U_{1i}}{2}$ , подставим в формулу (6) значение  $M[S_{1i}]|_{\varphi=0} = s_{1i}$ , в результате получим

$$P_i(s_{1i}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{U_{1i}-U_{2i}}{2\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{U_{2i}-U_{1i}}{2\sigma}} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{U_{1i}-U_{2i}}{2\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho. \quad (14)$$

Введем обозначение  $h_i = \frac{U_{1i}-U_{2i}}{2\sigma}$  и подставим выражение (14) в (13):

$$\frac{P_i(M[S_{1i}])}{P_i(s_{1i})} = 1 + \frac{\left[ \left( \frac{s_{1i}}{2\sigma} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} h_i e^{-\frac{h_i^2}{2}} \varphi^4 \right]}{\left[ \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{h_i}{2\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho \right]}. \quad (15)$$

Величина  $h_i$  в реальных системах с многоуровневой модуляцией значительно больше единицы. Поэтому, считая величину  $h_i$  в уравнении (15) сколь угодно большой, воспользуемся правилом Лопиталя для устранения неопределенности, в результате получим

$$\frac{P_i(M[S_{1i}])}{P_i(s_{1i})} = 1 + \frac{1}{8} \left( \frac{s_{1i}}{\sigma} \right)^2 h_i^2 \varphi^4. \quad (16)$$

Перейдем теперь к рассмотрению канала  $q$ . Вероятность ошибки  $P_q$ , возникающая в канале  $q$ , определяется по формуле

$$\begin{aligned} P_q(M[S_{1q}]) &= P(S_{1q} > U_{1q}) + P(S_{1q} < U_{2q}) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{U_{1q}-M[S_{1q}]}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{U_{2q}-M[S_{1q}]}{\sigma}} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho. \end{aligned} \quad (17)$$

Выполнив преобразования уравнения (17), идентичные проведенным для канала  $i$ , получим формулу, аналогичную выражению (10):

$$P_q(M[S_{1q}]) - P_q(s_{1q}) = \frac{1}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{U_{1q}-U_{2q}}{8\sigma^2}\right) \left(\frac{U_{1q}-U_{2q}}{2}\right) (M[S_{1q}] - s_{1q})^2. \quad (18)$$

Введем функцию  $Y(\varphi) = (M[S_{1q}] - s_{1q})^2$ , которая с учетом уравнения (3) имеет вид

$$Y(\varphi) = s_{1i}^2 \sin^2 \varphi. \quad (19)$$

Разложим (19) в ряд Тейлора по переменной  $\varphi$  при  $\varphi = 0$ , для этого определим коэффициенты разложения:

$$\left. \frac{dY(\varphi)}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2Y(\varphi)}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0} = 2s_{1i}^2.$$

Ограничимся тремя членами разложения и представим выражение (19) в следующем виде:

$$Y(\varphi) = s_{1i}^2 \varphi^2. \quad (20)$$

Подставив формулу (20) в (18) и разделив обе части выражения (18) на величину  $P_q(s_{1q})$ , после выполнения преобразований получим

$$\frac{P_q(M[S_{1q}])}{P_q(s_{1q})} = 1 + \left[ \frac{\frac{1}{\sigma^3} \frac{U_{1q} - U_{2q}}{2} s_{1i}^2 \exp\left(-\frac{(U_{1q} - U_{2q})^2}{8\sigma^2}\right) \varphi^2}{P_q(s_{1q})} \right]. \quad (21)$$

Используя соотношение  $s_{1q} = \frac{U_{2q} + U_{1q}}{2}$ , подставим в формулу (17) величину  $M[S_{1q}]|_{\varphi=0} = s_{1q}$ , в результате получим

$$P_q(s_{1q}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{U_{1q} - U_{2q}}{2\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{U_{2q} - U_{1q}}{2\sigma}} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{U_{1q} - U_{2q}}{2\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho. \quad (22)$$

Введем обозначение  $h_q = \frac{U_{1q} - U_{2q}}{2\sigma}$  и подставим выражение (22) в (21):

$$\frac{P_q(M[S_{1q}])}{P_q(s_{1q})} = 1 + \left[ \frac{\left(\frac{s_{1i}}{\sigma}\right)^2 \frac{h_q}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{h_q^2}{2}} \varphi^2}{\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{h_q}^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} d\rho} \right]. \quad (23)$$

Считая величину  $h_q$  в уравнении (23) сколь угодно большой и используя правило Лопиталья для устранения неопределенности, получаем

$$\frac{P_q(M[S_{1q}])}{P_q(s_{1q})} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{s_{1i}}{\sigma}\right)^2 h_q^2 \varphi^2. \quad (24)$$

В силу того, что точки звездного поля [2] находятся на равном расстоянии друг от друга, справедливы следующие соотношения:

$$h_q = h_i = \frac{U_{1i} - U_{2i}}{2\sigma}; \quad P_q(s_{1q}) = P_i(s_{1i}). \quad (25)$$

Введем обозначения для вероятностей ошибок в каналах  $i$  и  $q$  при наличии угла  $\varphi$  и его отсутствии, т.е. при  $\varphi = 0$ :

$$\left. \begin{aligned} P_i(\varphi) &= P_i(M[S_{1i}]), & P_i(0) &= P_i(s_{1i}); \\ P_q(\varphi) &= P_q(M[S_{1q}]), & P_q(0) &= P_q(s_{1q}) = P_i(0). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Полная вероятность ошибки  $P(\varphi)$  при наличии дополнительного угла  $\varphi$  равна сумме вероятностей ошибок в каналах  $i$  и  $q$ . Используя выражения (16) и (24)—(26), получаем

$$P(\varphi) = P_i(\varphi) + P_q(\varphi) = P_i(0) + P_q(0) + P_i(0) \frac{1}{8} \left(\frac{s_{1i}}{\sigma}\right)^2 h_i^2 \varphi^4 + P_q(0) \frac{1}{2} \left(\frac{s_{1i}}{\sigma}\right)^2 h_i^2 \varphi^2. \quad (27)$$

Из уравнений (26) следует, что  $P_i(0)=P(0)/2$ , где  $P(0)$  — полная вероятность ошибки при  $\varphi=0$ . Преобразуем выражение (27):

$$\frac{P(\varphi)}{P(0)} = 1 + \left(\frac{s_{li}}{\sigma}\right)^2 h_i^2 \left(\frac{1}{4}\varphi^2 + \frac{1}{16}\varphi^4\right). \quad (28)$$

Так как значение угла  $\varphi \ll 1$ , то в уравнении (28) можно пренебречь вторым слагаемым. Запишем окончательную формулу:

$$k = \frac{P(\varphi)}{P(0)} = 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{s_{li}}{\sigma}\right)^2 h_i^2 \varphi^2. \quad (29)$$

Соотношение (29) показывает, во сколько раз увеличится вероятность ошибки при появлении дополнительного угла  $\varphi$  сдвига фаз несущих колебаний в каналах  $i$  и  $q$ .

При известном допустимом увеличении вероятности ошибки  $k$  можно рассчитать допустимое значение угла  $\varphi$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей. М.: Сов. радио, 1973.
2. ETSI TR 101 290 Digital Video Broadcasting (DVB); Measurement Guidelines for DVB V1.2.1 (2001-05). [Электронный ресурс]: <<http://www.etsi.org>>.
3. Боккер П. Передача данных. Техника связи в системах телеобработки данных. М.: Связь, 1980.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969.
5. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М.: Наука, 1965.

#### Сведения об авторах

**Антон Юльевич Янушковский**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения, кафедра технической электроники;  
E-mail: yanushkovskiy@mail.ru

**Анатолий Валентинович Кривошейкин**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения, кафедра технической электроники; E-mail: krivav@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
технической электроники

Поступила в редакцию  
23.12.10 г.

В. А. СЯСЬКО

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИ ПОДОБНЫЕ МАГНИТОИНДУКЦИОННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ДЛЯ ТОЛЩИНОМЕРОВ ЗАЩИТНЫХ ПОКРЫТИЙ

Рассматриваются вопросы разработки геометрически подобных магнитоиндукционных преобразователей для толщиномеров защитных покрытий изделий из ферромагнитных материалов. Представлены варианты оптимальных преобразователей и приведены их расчетные модели и основные технические характеристики.

**Ключевые слова:** магнитоиндукционный преобразователь, покрытие, толщиномер, чувствительность.

Магнитоиндукционный метод измерения толщины  $h$  покрытий основан на определении изменения магнитного сопротивления участка цепи: первичный измерительный преобразователь — ферромагнитная контролируемая деталь с покрытием. Обобщенная структурная схема магнитоиндукционного толщиномера представлена на рис. 1, где ИТ — источник тока, ПИП — первичный измерительный преобразователь, ВИП — вторичный измерительный преобразователь, МК — микроконтроллер, Д — дисплей, К — клавиатура.

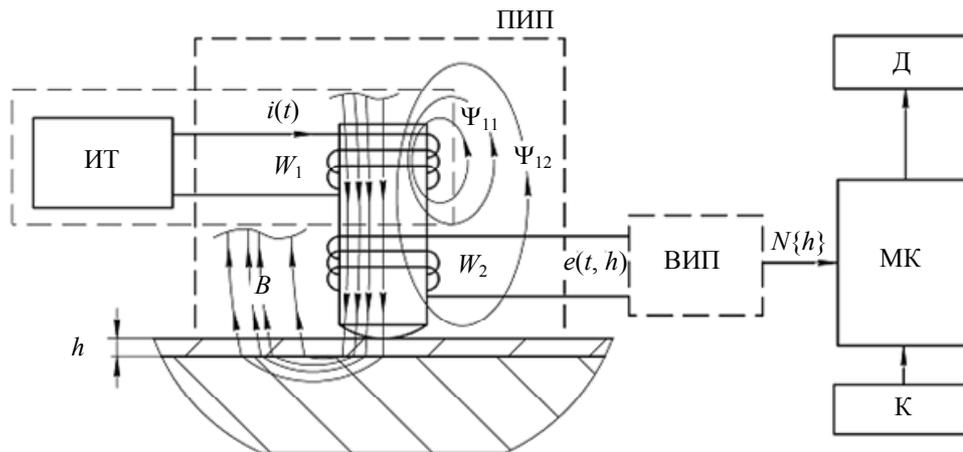


Рис. 1

Наиболее распространенные на практике абсолютные первичные измерительные преобразователи (ИП) состоят из первичной (возбуждающей)  $W_1$  и вторичной (измерительной)  $W_2$  обмоток, намотанных на единый ферромагнитный сердечник. Первичный информативный параметр преобразователя — амплитуда или площадь импульса ЭДС  $e(t, h)$ , наводимой на обмотке  $W_2$  при питании обмотки  $W_1$  переменным гармоническим или импульсным током  $i(t)$  низкой частоты.

Основными показателями качества магнитоиндукционных преобразователей являются:

- чувствительность, определяющая погрешность измерения  $\Delta h$  и достигаемый (при обеспечении заданной величины  $\Delta h$ ) диапазон измеряемых толщин  $h_{\max}$ ;
- минимально возможный диаметр зоны измерения  $D_{\text{изм}}$  на плоской поверхности при требуемых  $\Delta h$  и  $h_{\max}$ ;
- износостойкость;
- температурная и временная стабильность показаний прибора.

Для обеспечения требуемых показателей качества необходимо искать решение, учитывающее взаимосвязанные показатели:  $h_{\max}$ ,  $\Delta h$  и  $D_{\text{изм}}$ .

Среди абсолютных первичных ИП наибольшее распространение имеют преобразователи с внешним экраном из ферромагнитного материала с осесимметричным магнитным полем [1]. Геометрическая модель такого преобразователя представлена на рис. 2.

При анализе модели примем:  $D_c = \text{const}$  — диаметр сердечника (однородный гладкий стержень);  $D_{21}$  и  $D_{22}$  — внутренние диаметры обмоток  $W_1$  и  $W_2$  соответственно;  $D_1$  и  $D_2$  — наружные диаметры обмоток;  $D_3$  — внутренний диаметр экрана;  $l_1, l_2, l_3$  — „воздушные“ зазоры между основанием сердечника и началом первичной обмотки, началом вторичной обмотки и экраном соответственно;  $H_1, H_2, H_c$  — высоты первичной и вторичной обмоток и сердечника соответственно;  $R_{сф}$  — радиус сферы контактной поверхности сердечника. Толщину стенки экрана примем постоянной и равной 0,6 мм.

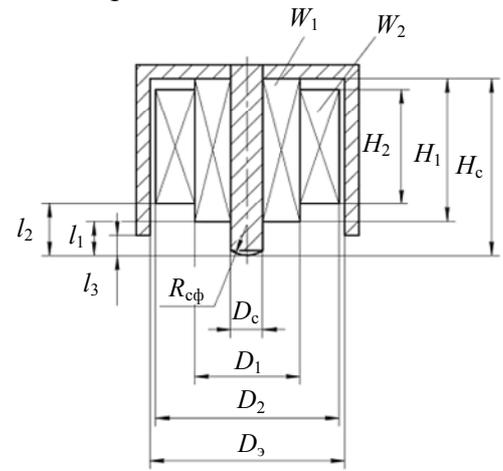


Рис. 2

Внутренний диаметр экрана  $D_3$ , в первом приближении, определяет величины  $D_{изм}$  и  $h_{\text{max}}$ , а остальные геометрические характеристики определяют чувствительность преобразователя. Задача проектирования геометрически подобных первичных магнитоиндукционных преобразователей заключается в расчете соотношения их геометрических характеристик, что позволяет при минимальном значении  $D_3$  определить оптимальное, относительно чувствительности ИП и диапазона контролируемых толщин, значение вносимого потокосцепления.

Потокосцепление вторичной обмотки  $\Psi_{12}(h) = \Psi_{12}(h \Rightarrow \infty) + \Psi_{вн}(h)$ , где  $\Psi_{12}(h \Rightarrow \infty)$  — потокосцепление вторичной обмотки при  $h \Rightarrow \infty$  (вдали от ферромагнитного изделия);  $\Psi_{вн}(h)$  — вносимое потокосцепление вторичной обмотки при установке преобразователя на покрытие.

При возбуждении обмотки  $W_1$  гармоническим током  $i(t)$

$$e(t, h) = -d/dt (\Psi_{12}(h \Rightarrow \infty)) - d/dt (\Psi_{вн}(h)) = e(t, h \Rightarrow \infty) + e_{вн}(t, h).$$

Для постоянных магнитных полей отношение  $\psi(h) = 1 + \Psi_{вн}(h)/\Psi_{12}(h \Rightarrow \infty) = 1 + M_{вн}(h)/M_{12}(h \Rightarrow \infty)$  будем называть относительным коэффициентом вносимой взаимоиндукции, где  $M_{12}(h \Rightarrow \infty)$  — коэффициент взаимоиндукции обмоток  $W_1$  и  $W_2$ ,  $M_{вн}(h)$  — вносимый коэффициент взаимоиндукции.

Отношение  $(\Psi_{вн}(h_1) - \Psi_{вн}(h_2))/(h_2 - h_1)$  будем называть чувствительностью преобразователя в диапазоне толщин  $h_2 \dots h_1$ .

При проведении измерений совокупность влияющих факторов вызывает некоторую девиацию (разброс) показаний  $N(h)$  на выходе вторичного ИП на величину  $\pm \delta N$ , что обусловлено сетевыми, импульсными и высокочастотными помехами, а также собственными шумами, нелинейностями, временной и температурной нестабильностью АЦП и ЦАП и микропроцессорных устройств. Соотношением чувствительности преобразователя и  $\delta N$  определяются значения  $h_{\text{max}}, \Delta h$ .

Для расчета чувствительности первичного ИП в диапазоне измеряемых толщин необходимо рассчитывать значения потокосцеплений  $\Psi_{12}(h \Rightarrow \infty)$  и  $\Psi_{вн}(h)$  при различных  $h$ .

При возбуждении первичной обмотки гармоническим током низкой частоты электрическое поле вихревых токов, возникающих в сердечнике, экране, объекте контроля и электропроводящих покрытиях, пренебрежимо мало. Использование в качестве первичного информативного параметра амплитуды  $e(t, h)$  позволяет при анализе электромагнитного поля первичную обмотку и сердечник рассматривать как постоянный магнит [2].

Аналитическое решение системы уравнений, описывающих поле экранированного магнита, представляет собой сложную систему дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

В настоящее время для решения задач, связанных с распространением электромагнитных полей, широко применяются численные методы, в частности метод конечных элементов [3]. Этот метод позволяет определять необходимые для расчета чувствительности величины вносимого потокосцепления и вносимого коэффициента взаимоиנדукции для первичных преобразователей со сложной геометрией внешних и внутренних границ.

Под оптимальными геометрическими характеристиками первичного магнитоиндукционного преобразователя будем понимать такие величины и соотношения, при которых достигается максимальная чувствительность во всем или в некоторой области диапазона измеряемых толщин при минимально возможном диаметре зоны измерения.

На основе программных продуктов, реализующих метод конечных элементов, можно сформулировать двухмерную осесимметричную стационарную нелинейную с открытыми границами задачу расчета первичного магнитоиндукционного измерительного преобразователя.

При анализе модели приняты следующие допущения:

- модель полностью стационарна;
- при необходимости обмотки преобразователя могут быть заменены единичными ампер-витками или совокупностью единичных ампер-витков;
- в ферромагнитных частях модели преобразователя отсутствует гистерезис, характеристика намагничивания материала линейная;
- относительная магнитная проницаемость контролируемой детали, сердечника и экрана  $\mu_d = \mu_c = \mu_s \approx 2000$  (соответствует магнитомягким сталям), магнитная проницаемость воздуха и обмоток  $\mu_v = \mu_{обм} = 1$ .

В качестве граничных условий для модели рассматриваемого первичного преобразователя назначим граничные условия первого рода (условия Дирихле), применяемые для задания нулевого значения нормальной составляющей вектора магнитной индукции на оси симметрии и указания о полном затухании поля на бесконечно удаленных границах.

Проанализируем вариант модели преобразователя со следующими основными относительными геометрическими характеристиками:  $D_c/D_s = 0,2$ ;  $H_c/D_s = 1,25$ ;  $l_1 = l_2 = l_3$ ;  $R_{сф} = 2D_c$  (рис. 3).

Первичную обмотку представим намотанной бесконечно тонким проводом по всей длине сердечника, т.е.  $H_1 = H_c - l_3$  и  $D_1 \approx D_c$ . Будем считать, что обмотка имеет площадь поперечного сечения  $S_1$  с числом витком  $W_1$ . Плотность тока возбуждения первичной обмотки  $j = W_1 I / S_1$ , где  $W_1$  — число витков обмотки возбуждения,  $I$  — полный ток.

При расчете  $\Psi_{12}$  приняты следующие допущения:

- вторичная обмотка с числом витков  $W_2$  разложена на множество (например,  $j = I, II, III$ ) единичных осесимметричных вторичных обмоток; радиусы  $R_j$  единичных вторичных обмоток приняты равными  $R_I \approx D_c / 2$ ;  $R_{II} = (D_s - D_c) / 4$ ;  $R_{III} \approx D_s / 2$ ;
- единичные обмотки с одинаковыми радиусами расположены равномерно по высоте сердечника и находятся так близко друг к другу, что по рассчитанным значениям потокосцепления каждой отдельно взятой обмотки можно построить неразрывную функцию изменения потока  $\Psi_{1j}$  от толщины покрытия  $h$  и высоты сердечника  $H_c$ .

Вначале производится расчет потокосцепления  $\Psi_{1j}$  каждой единичной измерительной обмотки при разных значениях относительной толщины  $h' = h / D_c$  для каждого из радиусов  $R_j = (R_I, R_{II}, R_{III})$  и для относительного расстояния  $z' = z / H_c$  от контактной поверхности сердечника.

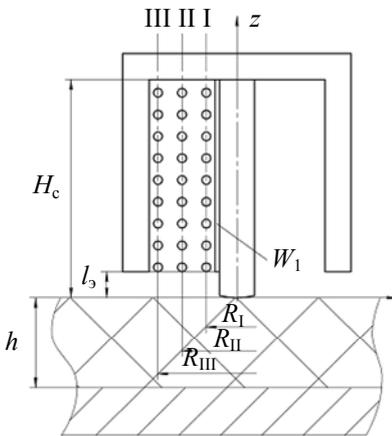


Рис. 3

Затем выполняется расчет функции относительного потокосцепления единичной обмотки  $\psi(h'_i, R_j, z')$  для  $z'$ . Расчет функций производится для фиксированных значений  $h'_i = 0; 0,1; 0,2; 0,3$  и радиусов  $R_I, R_{II}, R_{III}$ .

Особый интерес представляет функция  $\psi(h' = 0, R_j, z')$ , определяющая диапазон изменения относительного потокосцепления единичной вторичной обмотки в зависимости от ее положения по высоте относительно сердечника при различных значениях радиуса. Максимальное значение  $\psi(h'=0, R_j, z')$  достигается для единичных измерительных обмоток, располагающихся непосредственно у основания ( $z'=0$ ). Однако всегда существует воздушный зазор  $l_2$ , поэтому расчет  $\psi(h'=0, R_j, z')$  следует начинать при  $z' \neq 0$ . Характер изменения и абсолютные значения  $\psi(h'=0, R_j, z')$  для рядов измерительных обмоток с разными радиусами практически одинаковы. Так, начиная с  $z' = 0,1$  результаты расчетов для разных  $R_j$  различаются не более чем на 3 %, а при  $z' > 0,5$  различие не превышает 2 %. Как правило, на практике зазор  $l_2$  соответствует  $z' = 0,1$ . Это дает возможность рассматривать один ряд единичных измерительных обмоток, предполагая при этом, что для других рядов результаты будут идентичны.

Расчеты были проведены только для единичных измерительных обмоток радиусом  $R_{II}$ , поэтому в выражении  $\psi(h'_i, R_j, z')$  переменная  $R_j$  не учитывалась.

С увеличением толщины  $h'$  исследуемого покрытия чувствительность каждой единичной измерительной обмотки снижается и крутизна характеристики уменьшается. Функция  $\psi(h'_i = 0,6, z')$  в этом случае не превышает величину 1,04 даже для единичных измерительных обмоток, расположенных у основания сердечника. При  $z' > 0,5$  функция  $\psi(h', z' > 0,5) = 1$ , что соответствует теоретически достижимому максимуму толщины покрытия.

При расчетах основное внимание было уделено анализу влияния геометрических характеристик первичного преобразователя на его чувствительность и величину относительного потокосцепления. Были оптимизированы отношение  $D_c / D_3$  и расположение обмоток.

В соответствии с результатами анализа магнитоиндукционные преобразователи можно условно разделить на три группы.

1. Малогабаритные преобразователи, предназначенные для измерения толщины гальванических покрытий в диапазоне до 300 мкм на малогабаритных изделиях (в основном это не ферромагнитные электропроводящие защитные покрытия, наносимые электрическим, электрохимическим или химическим способом).

2. Преобразователи общего назначения, предназначенные для измерения толщин в диапазоне до 2 мм (лакокрасочные и другие покрытия, наносимые на изделия сравнительно больших габаритов, с большими радиусами криволинейных поверхностей).

3. Преобразователи, предназначенные для измерения толщин в диапазоне до 30 мм (покрытия на изделиях больших габаритов с квазиплоскими поверхностями).

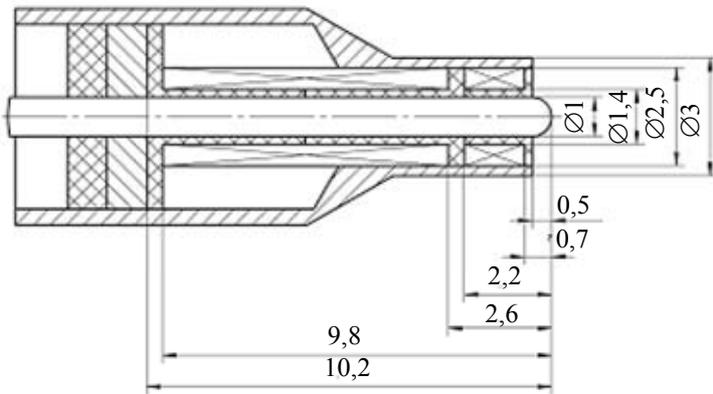
**Преобразователи первой группы.** К этой группе преобразователей предъявляются следующие основные требования:

- минимальные диаметр зоны измерения и диаметр экрана  $D_3$ ;
- уменьшенный радиус сферы основания сердечника по сравнению с преобразователями других групп (для снижения погрешности, вызванной „качанием“ преобразователей „карандашного“ типа);
- повышенная износостойкость сердечника: требование связано с необходимостью проведения измерений гальванопокрытий большой твердости.

На рис. 4, а представлен преобразователь „карандашного“ типа ИД1 (без наружного подпружиненного корпуса) с уменьшенным радиусом сферы основания сердечника для

минимизации влияния „качания“ при измерениях. Относительные геометрические характеристики преобразователя:  $D_c/D_3=0,4$ ;  $H_c/D_3=4,1$ ;  $l_3/D_3=0,2$ ;  $l_2/D_3=0,28$ ;  $H_2/D_3=0,6$ ;  $R_{сф}/D_c=0,5 \Rightarrow \min$ ;  $D_1=D_2=D_3$ ;  $D_{21}=D_{22}=1,4D_c$ .

а)



б)

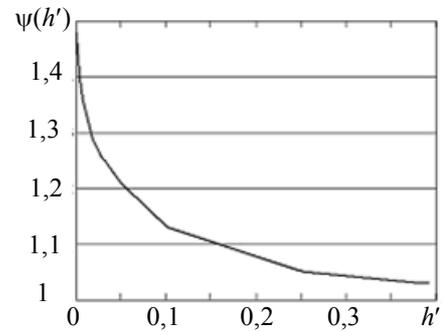


Рис. 4

Сердечник преобразователя изготавливается из конструкционной стали ШХ и покрывается слоем хрома толщиной 7 мкм, что обеспечивает малую истираемость и малую вероятность скола покрытия.

Благодаря симметрии магнитной системы преобразователя обеспечивается возможность проведения измерений с отклонением его оси от нормали к поверхности до  $4^\circ$ .

На рис. 4, б представлена зависимость  $\psi(h')$ .

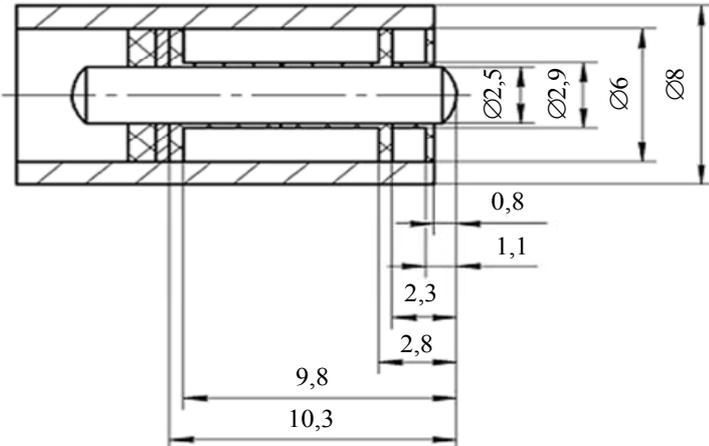
**Преобразователи второй группы.** Основные требования, предъявляемые к этой группе преобразователей следующие:

- диаметр зоны измерения порядка 5...8 мм;
- большое значение радиуса сферы основания сердечника, что обеспечивает лучшую чувствительность в области значительных толщин;
- повышенная износостойкость сердечника: требование связано с необходимостью проведения измерений со сканированием поверхности.

На рис. 5, а представлена конструкция преобразователя ИД2 с оптимизированными геометрическими характеристиками:  $D_c/D_3=0,42$ ;  $H_c/D_3=1,7$ ;  $l_3/D_3=0,13$ ;  $l_2/D_3=0,18$ ;  $H_2/D_3=0,2$ ;  $R_{сф}/D_c=0,7$ ;  $D_1=D_2=D_3$ ;  $D_{21}=D_{22}=1,16D_c$ .

На рис. 5, б представлена зависимость  $\psi(h')$ .

а)



б)

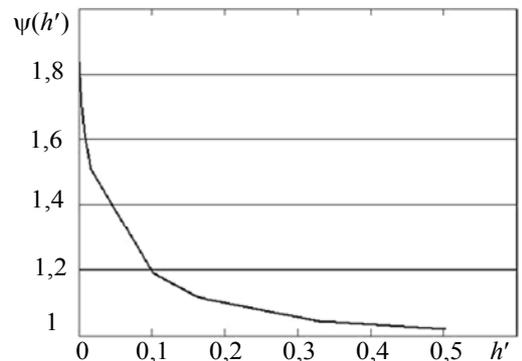


Рис. 5

**Преобразователи третьей группы.** Основные требования, предъявляемые к этой группе преобразователей:

- диаметр зоны измерения должен обеспечивать минимально возможный краевой эффект;

— радиус сферы основания сердечника близкий к плоскому.

Для измерения больших толщин покрытий можно спроектировать преобразователи с оптимальными геометрическими характеристиками. Для решения этой задачи рассмотрим конструкцию оптимизированного преобразователя ИДЗ (рис. 6, а), имеющего наружный подпружиненный корпус, что обеспечивает перпендикулярность установки к поверхности контролируемой детали. Относительные геометрические характеристики преобразователя:  $D_c/D_3=0,45$ ;  $H_c/D_3=0,9$ ;  $l_1/D_3=0,09$ ;  $l_2/D_3=0,13$ ;  $H_2/D_3=0,08$ ;  $R_{сф}/D_c=1,3$ ;  $D_1=D_2=D_3$ ;  $D_{21}=D_{22}=1,08D_c$ .

На рис. 6, б представлена зависимость  $\psi(h')$ .

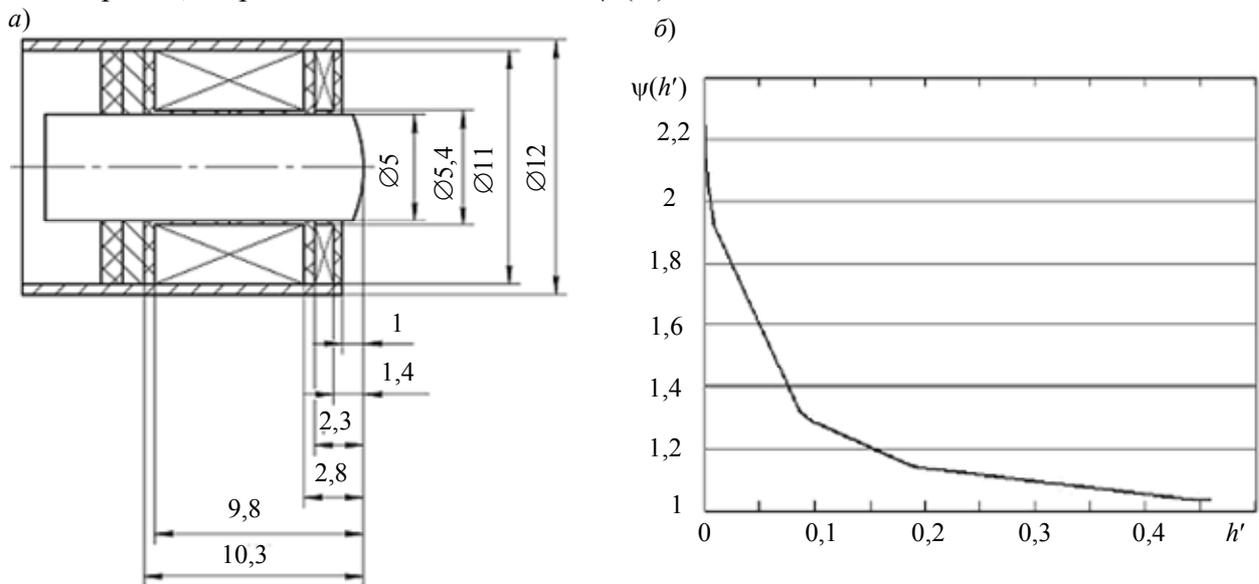


Рис. 6

Как показывает анализ графиков, представленных на рис. 4—6, б, при  $\psi(h') > 0,08$  наклон характеристик отличается менее чем на 10 %, что подтверждает возможность проектирования геометрически подобных магнитоиндукционных преобразователей. Различие относительных геометрических характеристик при малых  $h'$  обусловлено трудностью реализации их оптимальных значений в силу небольших размеров преобразователей ИД2 и, особенно, ИД1.

Характеристики преобразователей, снятые экспериментально, отличаются от расчетных не более чем на 5—12 %.

На основе выполненных расчетов в ЗАО „Константа“ (Санкт-Петербург) была разработана новая серия износостойких магнитоиндукционных преобразователей для электромагнитных толщиномеров защитных покрытий. Изготовленные преобразователи предназначены для измерения контролируемых толщин в диапазоне от 1 мкм до 20 мм и обеспечивают погрешность измерения на уровне 1—2 %. Применение хромированных сердечников из стали ШХ позволило обеспечить очень низкую истираемость при эксплуатации. Разработка нашла применение в авиа-, судо- и машиностроении, а также на гальванических производствах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Потапов А. И., Сясько В. А. Неразрушающие методы и средства контроля толщины покрытий и изделий: Науч.-метод. справ. пособие. СПб: Гуманистика, 2009.
2. Сясько В. А. Интегрирующий электромагнитный толщиномер // Дефектоскопия. 1990. № 12.
3. Буль О. Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Программа FNSYS: Учеб. пособие. М.: Академия, 2006.

*Владимир Александрович Сясько* — *Сведения об авторе*  
канд. техн. наук, доцент; Северо-Западный государственный заочный  
технический университет; кафедра приборов контроля и систем эко-  
логической безопасности, Санкт-Петербург;  
E-mail: 9334343@rambler.ru

Рекомендована кафедрой  
приборов контроля и систем  
экологической безопасности

Поступила в редакцию  
24.05.10 г.

УДК 004.032.2

А. В. ДЕМИН, Т. Е. ВОЙТЮК

## КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ РАЗРАБОТКИ МНОГОПЛАСТОВЫХ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Представлена концептуальная модель и описаны основные функции автоматизированной системы контроля и управления процессом разработки многопластовых нефтяных месторождений. Рассмотрены вопросы построения измерительной системы.

*Ключевые слова:* модель, автоматизированная система, многопластовое месторождение, нефть.

**Введение.** В автоматизированных системах управления простым или сложным производством предусмотрен автоматический выбор вариантов решения по управлению в виде реакции на изменение входных параметров. Степень автономности системы в принятии решения и последующей его реализации устанавливается лицом, разрабатывающим и обслуживающим систему. Зачастую на автоматизированные системы возлагается функция сбора производственной информации и ее анализа по определенным стереотипам. В этом случае правильность принятого решения зависит от квалификации обслуживающего персонала. Таким образом, возникает альтернатива — уменьшить роль „человеческого фактора“, повышая автономность автоматизированных систем в принятии решения (управлении производством), либо повысить подготовленность персонала.

Активное развитие технологий способствует созданию все более сложных и дорогостоящих производств, многие из которых характеризуются быстротекущими процессами. Время „принятия решения“ обслуживающим систему персоналом стремительно сокращается, тем самым обуславливая работу человека на пределе возможностей. В этой связи возрастает роль автоматизированных систем управления производственными процессами.

Одной из современных производственных отраслей, в которых целесообразно применение таких автоматизированных систем, является нефтегазовая промышленность. Объемы добываемой нефти и газа из года в год увеличиваются. Однако при такой интенсивной добыче запасы быстро сокращаются, что обуславливает необходимость поиска и разработки новых месторождений, расположенных в удаленных местах с суровым климатом. Вследствие этого растет себестоимость добываемых ресурсов, усложняется транспортировка. Кроме того, добыча по прежней схеме эксплуатации скважины, когда нефть добывается только из одного пласта, экономически не выгодна. Основным способом решения данной проблемы является добыча нефти из многопластовой скважины [1]. Необходимое условие работы по такой технологии — постоянный мониторинг параметров многопластовой скважины [2]. Таким обра-

зом, очевидна актуальность создания модели автоматизированной системы контроля и управления процессом разработки многопластовых нефтяных месторождений.

**Модель системы.** Основные функции автоматизированной системы — мониторинг и управление. Функция контроля заключается в создании наиболее полной информационной базы по производству, промыслу и эксплуатации скважины. Правильность принятого решения определяется степенью полноты информации о наличии и составе нефти. Увеличение объема информационной базы не может служить гарантией правильности принимаемых на ее основе производственных и технологических решений. Тем самым для создания инструмента принятия решений необходимо определить структуру автоматизированной системы.

Автоматизированная система мониторинга многопластовой скважины состоит из наземной и скважинной частей.

Скважинная часть системы содержит подсистему геофизического исследования скважины и подсистему передачи информации. Подсистема геофизического исследования скважины представляет собой набор датчиков, размещенных по глубине через заданные интервалы. Функцией данной подсистемы является измерение градиента температуры, влагометрии, гамма-излучения, акустических сигналов притока жидкости, давления по профилю действующей скважины. Подсистема передачи информации представляет собой волоконно-оптический бронированный кабель и выполняет функцию передачи данных, поступающих с датчиков, в наземный блок обработки.

Наземная часть состоит из подсистем первичной и конечной обработки информации. В состав первичной подсистемы входят оптическое измерительное устройство, предназначенное для преобразования оптического сигнала, поступающего с датчиков, в аналоговый электрический сигнал, и блок преобразования аналогового электрического сигнала в цифровой код. Подсистема конечной обработки информации предназначена для хранения, обработки и отображения информации, в соответствии с которой принимается решение по управлению наземным и забойным оборудованием.

Параметры оптического излучения, проходящего через волоконно-оптический кабель и датчики, изменяются под воздействием физической среды и регистрируются в подсистеме первичной обработки информации.

На рис. 1 представлен алгоритм регистрации параметров (температуры  $T$ , давления  $P$ ,  $\gamma$ -излучения, плотности потока), характеризующих нефтяной поток, отображаемый изменением зондирующего оптического сигнала, регистрируемого как эхо-сигнал волоконно-оптическим преобразователем (датчиком). Эхо-сигнал может быть представлен следующим соотношением:

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_0 + K_v V(t),$$

где  $\varphi_0$  — опорная разность фаз (сдвиг по фазе, определяемый как зависимость от расстояния, здесь не учитывается, так как размером скважины можно пренебречь);  $K_v$  — чувствительность преобразователя к воздействию  $V(t)$  физической среды [3].

Величина, определяющая изменение разности фаз относительно опорной, характеризует степень отклонения параметров добычи от нормы.

Сигнал, получаемый по оптической линии связи, обрабатывается в оптоэлектронном блоке (рис. 2). Таким образом, полученная фазовая задержка света преобразуется в напряжение

$$u(t) = K_\varphi \Delta\varphi(t),$$

где  $K_\varphi$  — чувствительность преобразования разности фаз в выходное напряжение.



$$\hat{W}(\omega) = \frac{1}{f_d} \frac{\left| \sum_{k=0}^{N-1} x_k \omega_k e^{-j\omega k T} \right|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} |\omega_k|^2},$$

где  $f_d$  — частота дискретизации,  $x_k$  — отсчеты,  $\omega_k$  — коэффициент значимости отсчета, назначаемый в результате первичного анализа многопластовой скважины.

Как показывает практика, изменение статистических и корреляционных свойств случайного процесса достаточно медленное и составляет примерно 10 кГц, тогда  $f_d \approx 20$  кГц.

Для выделения или подавления определенных частот, в целях дальнейшего анализа цифрового сигнала, используются низкочастотные, высокочастотные или полосовые фильтры [5]; характеризующие их параметры определяются как

$$y(k) = b_0 x_k + b_1 x_{k-1} + \dots + b_m x_{k-m} - a_1 y_{k-1} - a_2 y_{k-2} - \dots - a_n y_{k-n},$$

где  $a_i$  и  $b_j$  — постоянные коэффициенты; максимальные из чисел  $m$  и  $n$  — порядок фильтра [6].

Структурная схема алгоритма работы системы с учетом ее функциональных особенностей представлена на рис. 3.

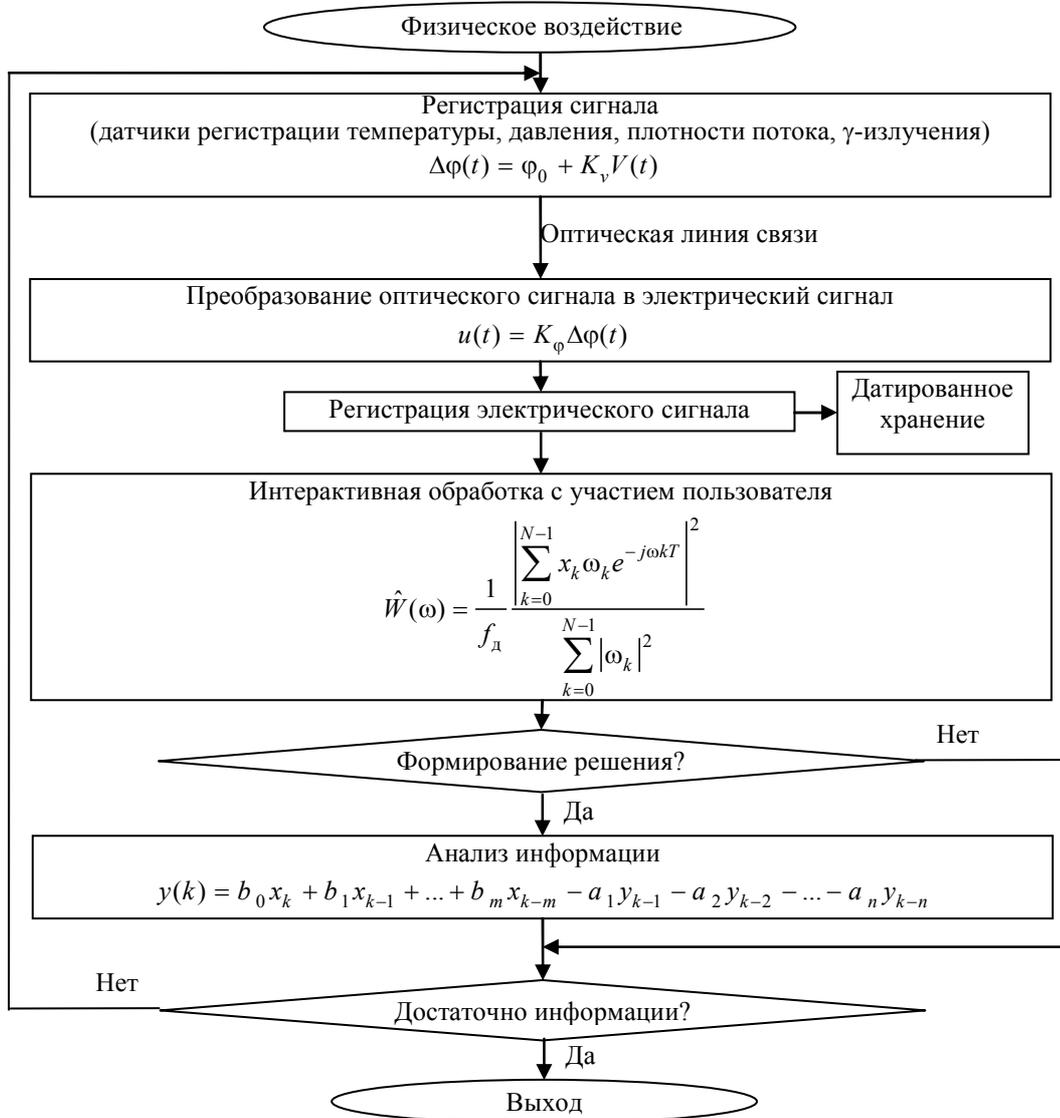


Рис. 3

**Заключение.** На основании вышеизложенного можно утверждать, что предложенный алгоритм мониторинга многопластовых скважин позволяет повысить эффективность их использования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Форест Г.* Добыча нефти: Пер. с англ. М.: ЗАО „Олимп-Бизнес“, 2003. 416 с.
2. *Крылов Д. Н.* Детальный прогноз геологического разреза в сейсморазведке. М.: ООО „Недра-Бизнесцентр“, 2007. 195 с.
3. *Лиокумович Л. Б.* Волоконно-оптические интерферометрические измерения. Ч. 2. Волоконный интерферометрический чувствительный элемент. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. 68 с.
4. *Welch P. D.* The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms // IEEE Trans. Audio Electroacoust. 1967. Vol. AU-15 (June). P. 70—73.
5. *Percival D. B., Walden A. T.* Spectral Analysis for Physical Applications: Multitaper and Conventional Univariate Techniques. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1993.
6. *Бондарев В. Н., Трёстер Г., Чернега В. С.* Цифровая обработка сигналов: методы и средства. Севастополь: СевГТУ, 1999. 398 с.

#### *Сведения об авторах*

- Анатолий Владимирович Демин** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра информатики и прикладной математики; E-mail: dav\_60@mail.ru
- Татьяна Евгеньевна Войтюк** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра информатики и прикладной математики; E-mail: tanya\_4ever@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
информатики и прикладной математики

Поступила в редакцию  
24.03.10 г.

---

---

# ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

---

---

УДК 535.31

А. П. ГРАММАТИН, Е. А. ЦЫГАНОК

## ОСОБЕННОСТИ ВТОРИЧНОГО СПЕКТРА ОБЪЕКТИВОВ КОЛЛИМАТОРОВ, РАБОТАЮЩИХ В ДИАПАЗОНЕ ДЛИН ВОЛН 400—900 нм

Исследуется вторичный спектр оптических систем, состоящих из бесконечно тонких линз, из которых стекло хотя бы одной линзы обладает особыми свойствами. Исследование проводилось с помощью программного комплекса САРО.

*Ключевые слова:* хроматические aberrации, вторичный спектр, „особые“ стекла, диаграмма Аббе.

Приборы, предназначенные для сумеречного наблюдения, содержат приемники оптического изображения, работающие в широкой спектральной области и обеспечивающие высокую чувствительность. Для них необходима разработка соответствующих объективов. Так, например, приемник фирмы “TOSHIBA” (Япония) практически работает в диапазоне от 400 до 900 нм.

При угловых полях изображения, достигающих величин порядка  $2\omega \geq 20^\circ$ , использование зеркальных объективов исключено. В длиннофокусных линзовых системах, свободных от центрального экранирования и не содержащих асферических поверхностей, aberrацией, определяющей качество изображения в широком спектральном диапазоне длин волн, является вторичный спектр. Для его уменьшения необходимо применение оптических сред с наиболее близкими значениями частных относительных дисперсий при возможно большой разности коэффициентов дисперсий [1].

Вторичный спектр зависит от относительных частных дисперсий стекол различных марок, и для „обычных“ стекол параметры  $p$  и  $v$  связаны линейной зависимостью:  $p = B - Av$  [2].

Для оптической системы, состоящей из двух простых бесконечно тонких склеенных линз, ахроматизированной для заданных спектральных линий, вторичный спектр в случае бесконечно удаленного предмета вычисляется по формуле [2]

$$S'_{\lambda_2} - S'_{\lambda_1} = f' \frac{(p_{0-2})_2 - (p_{0-2})_1}{v_1 - v_2} = f'A.$$

Следовательно, чтобы определить вторичный спектр двухлинзовой системы, достаточно соединить прямой линией точки диаграммы, относящиеся к используемым маркам стекол: тангенс угла, образованного прямой с осью абсцисс, будет равен величине  $A$ . Для большинства пар стекол величина  $A$  изменяется в небольших пределах [2].

Оптические стекла, параметры  $p$  и  $v$  которых не удовлетворяют линейной зависимости, называются „особыми“ стеклами. Существенно уменьшить вторичный спектр с одновременным достижением достаточно больших числовых апертур можно путем применения оптических сред,

величины частных относительных дисперсий которых близки к дисперсиям „обычных“ стекол при возможно большой разности коэффициентов дисперсии.

При использовании комбинаций „обычных“ стекол в спектральном диапазоне 400—900 нм происходит увеличение вторичного спектра в 7,5 раз по сравнению со спектральным диапазоном 480—643,8 нм. Поэтому для уменьшения вторичного спектра необходимо использовать хотя бы одну линзу из „особого“ стекла или материалы с нелинейным ходом дисперсии, такие как флюорит, фтористый барий, фтористый литий и др.

Практически все графики вторичного спектра для оптических систем с фокусным расстоянием  $f' = 1000$  мм, содержащих комбинации из двух стекол (ОК1 и СТК12), одно из которых „особое“, в спектральном диапазоне 400—900 нм имеют два экстремума (рис. 1), которые отсутствуют в комбинациях из двух „обычных“ стекол (К8 и ТФ1) (рис. 2). Наличие нескольких экстремумов на графике вторичного спектра впервые было замечено Л. Н. Андреевым для сочетания флюорита и кварцевого стекла в диапазоне длин волн 240—656,3 нм. В рассматриваемом случае вторичный спектр определяется расстоянием между этими экстремумами.

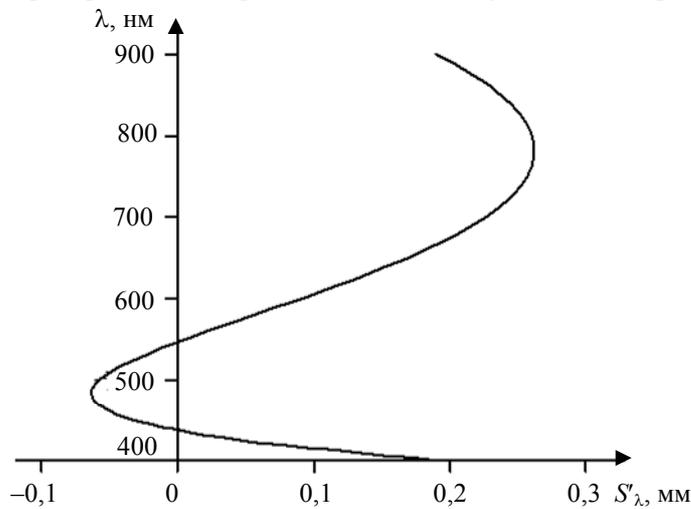


Рис. 1

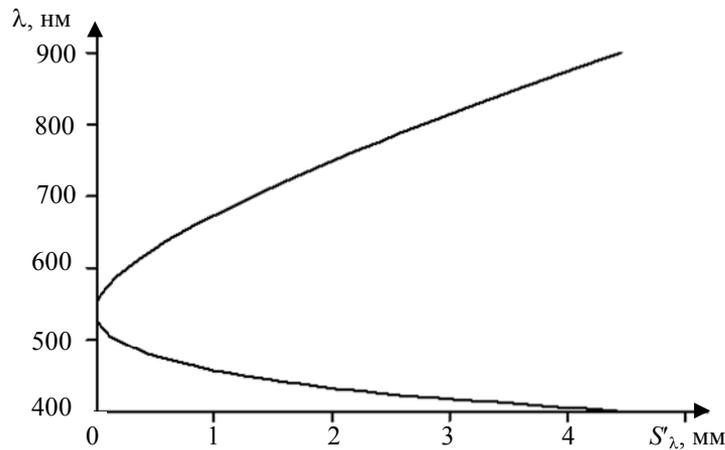


Рис. 2

Характеристики качества изображения необходимо определять для пяти длин волн: основной, крайних длин волн спектрального диапазона и длин волн, соответствующих экстремальным значениям графика вторичного спектра. При этом значения последних остаются неизменными в каждой комбинации, содержащей „особое“ стекла.

При изменении основной длины волны изменяется расстояние от ее параксиального изображения до параксиального изображения крайних длин волн. Следовательно, будет изменяться качество изображения на длинах волн, соответствующих экстремальным значениям, но расстояние между экстремумами и вид графика останутся неизменными.

Кроме „особых“ стекол, для ахроматизации оптических систем, в первую очередь объективов микроскопов, традиционно используется флюорит. Однако в рассматриваемом спектральном диапазоне он дает малый эффект по сравнению с „особыми“ стеклами, что позволяет отказаться от флюорита в их пользу.

Как показали проведенные исследования, минимальным вторичным спектром в диапазоне 400—900 нм обладает (согласно ГОСТ 3514-94) пара стекол ОК1 ( $n_e=1,523894$ ,  $\nu=28,44$ ,  $p=0,5635$ ) и СТК12 ( $n_e=1,695006$ ,  $\nu=20,42$ ,  $p=0,5651$ ):  $S'_{\lambda 2} - S'_{\lambda 1} = 1/3125 \cdot f'$ .

По данным диаграммы зависимости относительной частной дисперсии от коэффициента дисперсии наименьшим вторичным спектром должна обладать комбинация „особых“ стекол ОК4 ( $n_e=1,4485$ ,  $\nu=34,64$ ,  $p=0,5639$ ) и ОФ6 ( $n_e=1,604012$ ,  $\nu=18,78$ ,  $p=0,5651$ ).

Использование трехлинзовых систем позволяет достичь лучших результатов в уменьшении вторичного спектра (рис. 3).

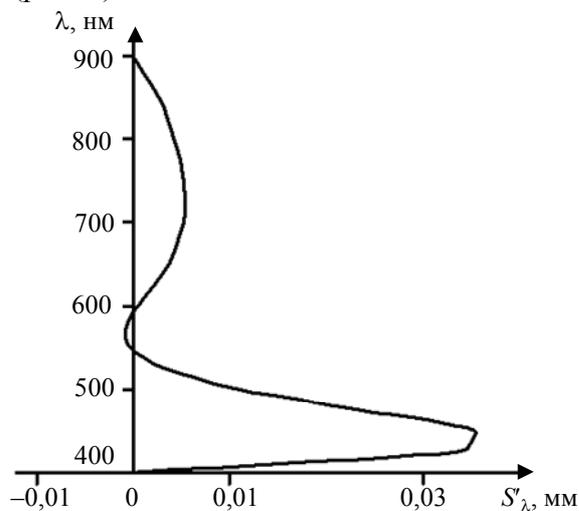


Рис. 3

Применение таких систем, при удачно выбранных комбинациях стекол, позволяет создать суперапохромат, работающий в спектральном диапазоне 400—900 нм. С помощью компьютерного моделирования была получена композиция стекол из групп ОК, ТФ, СТК, вторичный спектр которой в 10 раз меньше, чем у композиций из двух материалов. При этом количество экстремумов на графике вторичного спектра увеличивается.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балащенко О. Н., Грамматин А. П. Объективы-апохроматы без кристаллов // Оптический журнал. 2002. № 2. С. 21—24.
2. Панов В. А., Андреев Л. Н. Оптика микроскопов. Л.: Машиностроение, 1976.

#### Сведения об авторах

- Александр Пантелеймонович Грамматин** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики; E-mail: gramm44@rambler.ru
- Елена Анатольевна Цыганок** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики; E-mail: llenal@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
прикладной и компьютерной оптики

Поступила в редакцию  
24.06.10 г.

В. А. ТРОФИМОВ, В. Т. ПРОКОПЕНКО, Ю. Т. НАГИБИН, М. Е. АЛЕКСАНДРОВ

## АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ВЕКТОРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ МЕТОДОМ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ПОЛЯРИМЕТРИИ

Представлено математическое описание взаимодействия двух когерентных световых пучков в интерференционном поляриметре. Приведена оптическая схема интерференционного поляриметра с двухчастотным лазерным источником излучения. Проведен анализ погрешности измерений азимута и эллиптичности световых волн, позволяющий минимизировать эти погрешности при разработке аппаратного обеспечения интерференционного поляриметра.

*Ключевые слова:* интерференционная поляриметрия, оптическое гетеродинамирование, эллипсометрия, азимут, эллиптичность, сигнал биений.

Одним из направлений развития техники оптических измерений является решение широкого класса задач, связанных с необходимостью контроля тонкопленочных покрытий оптических элементов, используемых в лазерных и полупроводниковых технологиях. Определение технических параметров контролируемых образцов может быть выполнено путем измерения амплитудно-фазовых значений световой волны при ее взаимодействии с исследуемым объектом. Техника поляриметрии позволяет организовать контроль качества поверхности оптических элементов на различных этапах технологического процесса их изготовления. Эффективность такого контроля определяется совершенствованием методики измерений и ее приборным обеспечением.

Современное производство предъявляет к измерительным средствам требования, выполнение которых позволяет обеспечить высокую производительность измерений с возможностью автоматизации технологического контроля.

Известные автоматические приборы, основанные на классических принципах анализа поляризации света, как правило, узкоспециализированы, громоздки и имеют целый ряд недостатков, подробно рассмотренных в работе [1]. В работе [2] представлен способ автоматической регистрации параметров поляризации с возможностью визуализации эллипса поляризации. Особенностью устройств, основанных на этом принципе, является эффективное использование высокой степени когерентности лазерного излучения, что позволяет методом оптического гетеродинамирования получить информацию об амплитудно-фазовых характеристиках световой волны.

Явления, возникающие в интерференционном поляриметре, могут рассматриваться как результат суперпозиции двух когерентных световых пучков: один из них — исследуемый — представляет собой плоскую произвольно полностью поляризованную волну, поляризация которой подлежит измерению; другой — опорный — отличается от первого частотой и амплитудно-фазовым равенством ортогональных компонент. Этот второй пучок может быть сформирован из первого посредством линейного поляризатора с азимутом  $45^\circ$  и смещения частоты.

Для исследуемого пучка можно записать

$$E_x = A_x \cos(\omega_1 t + \varphi_x); \quad E_y = A_y \cos(\omega_1 t + \varphi_y),$$

для опорного —

$$E_x = A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_0); \quad E_y = A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_0),$$

где  $A_{x,y}$  и  $\varphi_{x,y}$  — соответствующие амплитуды и начальные фазы компонент ортогонального разложения электрического вектора  $E$ ;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — частоты исследуемого и опорного пучков;  $A_0$  и  $\varphi_0$  — амплитуда и начальная фаза опорного светового пучка соответственно.

Пространственные условия сложения световых пучков и их частотное смещение должны соответствовать выполнению условий оптического гетеродинирования. При соблюдении указанных требований на выходе интерферометра можно наблюдать две интерференционные картины, каждая из которых является, в соответствии с принципом Френеля — Араго, результатом суперпозиции одноименных компонент ортогонального разложения электрического вектора световых волн.

Сигналы биений, возникающие при фотоэлектрической регистрации интерферограмм, определяются как

$$i_1 = n [A_x A_0 \cos (\Delta\omega t + \varphi_x - \varphi_0)];$$

$$i_2 = n [A_y A_0 \cos (\Delta\omega t + \varphi_y - \varphi_0)],$$

где  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ ;  $n$  — постоянный коэффициент, учитывающий параметры конкретной схемы измерений, такие как коэффициенты отражения и пропускания оптических элементов, пространственные условия гетеродинирования, квантовая эффективность фотоприемников, усиление электронных схем и т.п. [3].

Отношение сигналов биений отображает комплексную поляризационную переменную исследуемого светового пучка:

$$i_2/i_1 = A_y/A_x \exp(i\delta),$$

где  $\delta = \varphi_y - \varphi_x$ .

Необходимое смещение частоты  $\Delta\omega$  может быть осуществлено различными способами, например, таким, как в схеме с использованием интерференционного поляриметра с двухчастотным лазерным источником излучения (рис. 1).

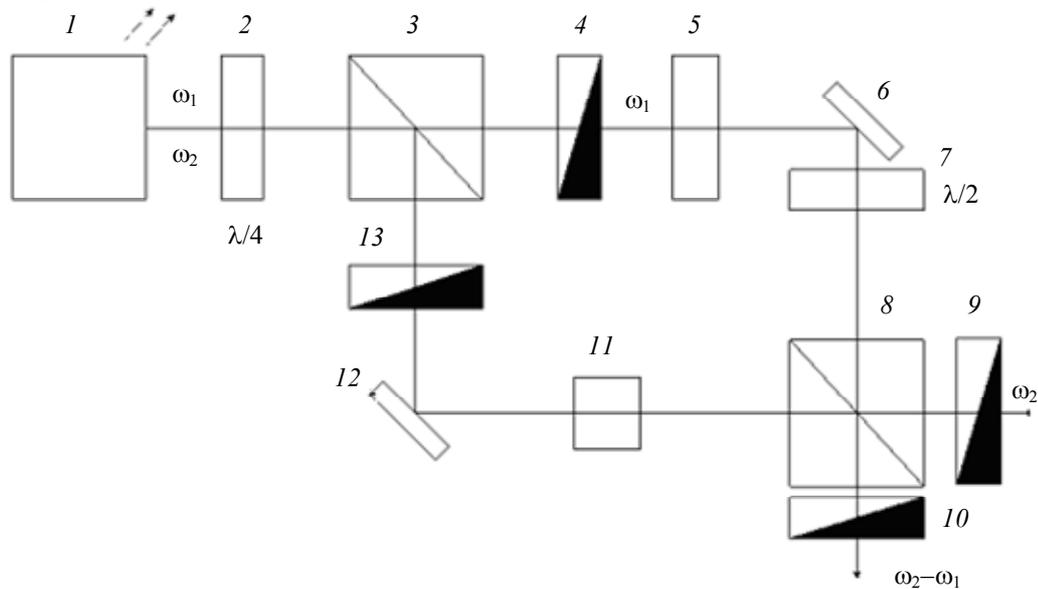


Рис. 1

В этой схеме частотное смещение обеспечивается использованием в качестве источника света двухчастотного газового лазера 1, помещенного в продольное магнитное поле. Воздействие магнитного поля на усиливающую среду проявляется в виде эффекта Зеемана, связанного с расщеплением энергетических уровней вещества активного элемента. При этом лазер одновременно может излучать две ортогональные циркулярно поляризованные электромагнитные волны с разностной частотой, пропорциональной величине приложенного магнитного поля. Четвертьволновая пластинка 2 преобразует поляризацию этих волн в две ортогональные линейные формы. После пространственного разделения пучков светоделителем 3 каждая из линейных поляризаций фильтруется поляризаторами 4, 13, так что в каждом из плеч интерферометра, состоящего из светоделителей 3, 8 и зеркал 6, 12, распространяется

световая волна с соответствующей зеемановскому расщеплению частотой. При этом в одно из плеч интерферометра может быть помещен исследуемый образец 11, а в другое — поляризатор 5 и полуволновая пластинка 7, обеспечивающие условия интерференции, определяемые техникой интерференционной поляриметрии. Поляризационная селекция ортогональных составляющих результирующей интенсивности света на выходе интерферометра обеспечивается поляризаторами 9, 10.

Как показано в работе [1], взаимосвязь параметров геометрического представления состояния поляризации света, в виде эллипса поляризации с азимутом  $\chi$  и эллиптичностью  $\gamma$ , с параметрами физического представления, в виде ортогональных проекций электрического вектора электромагнитного поля световой волны  $\xi = \text{arctg } A_y/A_x$  и  $\delta = \varphi_y - \varphi_x$ , определяется уравнениями

$$\begin{aligned}\chi &= 0,5 \text{ arctg } [(\text{tg } 2\xi) \cos \delta], \\ \gamma &= 0,5 \text{ arctg } [(\sin 2\xi) \sin \delta].\end{aligned}$$

Рассмотрим погрешности определения азимута  $\Delta\chi$  и эллиптичности  $\Delta\gamma$  как функции погрешностей измеряемых интерференционным поляриметром значений  $\Delta(A_y/A_x)$  и  $\Delta\delta$ . Воспользовавшись известной методикой определения погрешностей, такого рода функции можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta\chi &= \{[1+(\cos \delta \text{ tg } 2\xi)]^{-2} [(\cos \delta / \cos^2 2\xi) \Delta\xi]^2 + (0,5 \Delta\delta \text{ tg } 2\xi \sin \delta)^2\}^{1/2}, \\ \Delta\gamma &= \{(1-\sin^2 2\xi \sin^2 \delta)^{-1} [\cos^2 2\xi \sin^2 \delta \cdot \Delta\chi^2 + (0,5 \sin 2\xi \cos \delta \cdot \Delta\delta)^2]\}^{1/2}.\end{aligned}$$

Численный анализ приведенных уравнений позволяет установить изменение точности определения азимута и эллиптичности эллипса поляризации в зависимости от характера и величины систематических ошибок, присутствующих в процессе измерений. При этом можно отметить (рис. 2, а), что ошибка определения азимута  $\Delta\chi(\delta)$  остается постоянной при изменении разности фаз ортогональных компонент до значений  $\delta = 0,3\pi$  и быстро возрастает с приближением к  $\delta = 0,5\pi$  при различных значениях  $d = \Delta \text{ tg } \xi$ , а ошибка определения эллиптичности не зависит от изменения разности фаз. Это объясняется тем, что при циркулярной поляризации значение азимута является неопределенным.

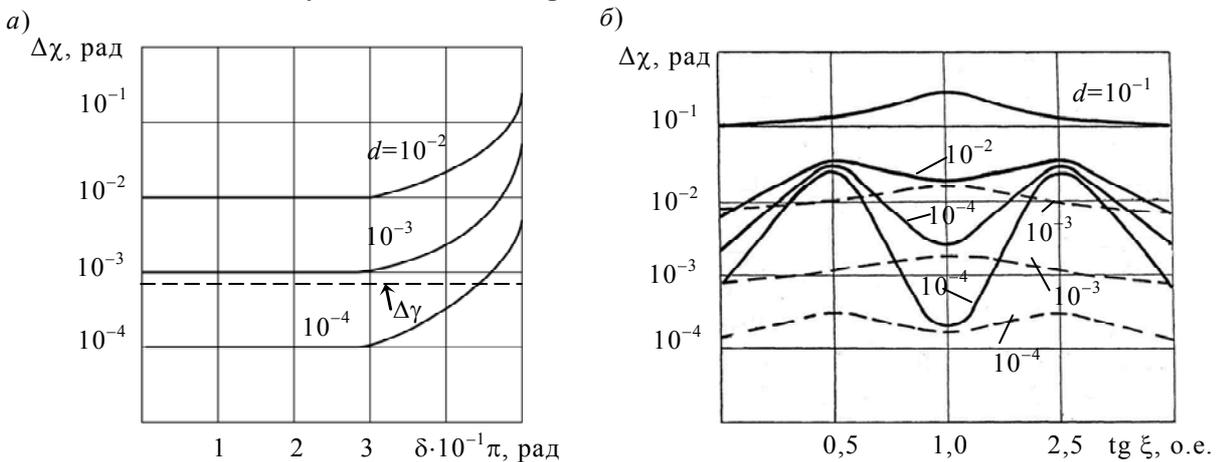


Рис. 2

Более сложную зависимость имеет погрешность определения азимута  $\Delta\chi$  как функции отношения амплитуд ортогональных компонент  $\text{tg } \xi$  (рис. 2, б). Особенностью такой зависимости является присутствие ярко выраженного экстремума в области значений  $\text{tg } \xi$ , близких к единице. Наличие экстремума наблюдается в измерениях, выполненных для различных значений  $d = \Delta \text{ tg } \xi$ . Амплитуда экстремума уменьшается с уменьшением ошибок измерения разности фаз ортогональных компонент (на рис. 2, б сплошные линии соответствуют  $\Delta\delta = 10^{-1}$ , пунктирные —  $\Delta\delta = 10^{-3}$ ).

Характер изменения погрешности определения азимута и эллиптичности как функции ошибок измерения отношения амплитуд и разности фаз ортогональных компонент показывает, что точность измерения заметно снижается, когда погрешность измерения параметров  $\Delta \text{tg } \xi$  и  $\Delta \delta$  превышает величину  $10^{-3}$ .

Выполненный анализ позволяет при разработке аппаратного обеспечения интерференционного поляриметра минимизировать систематические погрешности измерения параметров поляризации при их изменении в установленном интервале.

Компактность и универсальность прибора, возможность исследования динамики процессов с разрешением во времени, определяемым частотой сигнала биений, наглядность отображения информации в сочетании с выполненными исследованиями могут представлять интерес при измерении параметров поляризации лазерного излучения, а также при решении ряда задач юстировки сложных оптических систем, включающих анизотропные элементы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шутлов А. М. Методы астрополяриметрии. М.: КомКнига, 2006. 232 с.
2. Алексеев С. А., Прокопенко В. Т., Трофимов В. А. Исследование состояния поляризации исследуемой световой волны на выходные сигналы интерференционного эллипсометра // Автотметрия. 1983. № 2. С. 65—68.
3. Васильев В. Н., Гуров И. П. Технология бесконтактного контроля объектов на основе когерентного и спектрального радаров в биомедицинских исследованиях и промышленности // Оптические и лазерные технологии: Сб. статей / Под ред. В. Н. Васильева. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2001.

#### *Сведения об авторах*

- Владимир Анатольевич Трофимов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: troftu@mail.ru
- Виктор Трофимович Прокопенко** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: prokopenko@mail.ifmo.ru
- Юрий Тихонович Нагибин** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: nagibin77@mail.ru
- Максим Евгеньевич Александров** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники; E-mail: max.alx@gmail.com

Рекомендована кафедрой  
твердотельной оптоэлектроники

Поступила в редакцию  
14.04.11 г.

---

---

# КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

---

---

УДК 517.968;539.261

Д. Д. ЗАХАРОВ

## ПРОГРАММНАЯ СРЕДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УСТРАНЕНИЯ КОЛЛИМАЦИОННЫХ ИСКАЖЕНИЙ ПРИ РЕНТГЕНОВСКОМ МАЛОУГЛОВОМ РАССЕЙАНИИ

Приводится описание программной среды, которая может быть использована для решения задачи устранения коллимационных искажений, возникающих при рентгеновском малоугловом рассеянии на анизотропных объектах. Описаны ключевые моменты построения программных компонентов среды и порядок ее использования.

*Ключевые слова:* программная среда, сценарий обработки экспериментальных данных, устранение коллимационных искажений, анизотропное малоугловое рентгеновское рассеяние.

Некорректно поставленная задача [1] связана с интегральным уравнением, решение которого позволяет устранить коллимационные искажения при анизотропном малоугловом рассеянии [2, 3]. Для численного решения этой задачи разработана интерактивная программная среда. Существует немало программных систем широкого применения, позволяющих решать такие интегральные уравнения. Для конкретных физических задач часто используются специализированные программы. Однако существуют требования, которые не могут быть выполнены одновременно ни системами широкого применения, ни специализированными программами, — это простота изменения сценария вычислений, интерактивность в процессе его выполнения, свобода расширения набора методов и быстроедействие.

Разработанный *конструктор* вычислений удовлетворяет перечисленным требованиям. В его основе лежит концепция составления и выполнения сценария вычислений — последовательности операторов с матричными данными на входе и выходе. Операторами являются определенные специализированные программы, которые могут запускаться на выполнение как автоматически, так и вручную. В ручном режиме предусмотрены просмотр и сохранение текущих результатов или прерывание выполнения сценария, а также на каждом шаге могут быть переопределены входные параметры оператора. Набор операторов может быть дополнен новым, который будет выполнять иные программные действия.

Программный код операторов составлен на языке общего назначения (C++), что позволяет организовать оптимальное выполнение каждого оператора, в частности использовать параллельные вычисления. Если набор операторов меняется редко (как в случае коллимационной обработки результатов рентгеновского эксперимента), то при использовании программной среды не требуется участие программиста.

Рассмотренная программная среда была успешно использована для внесения коллимационных поправок при расчете интенсивности рассеяния ряда анизотропных систем [3].

Исходный код программной среды находится в открытом доступе: <<http://code.google.com/p/adri/>>.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 285 с.
2. Захаров Д. Д., Сизиков В. С., Смирнов А. В., Федоров Б. А. Решение двумерной коллимационной задачи рассеяния рентгеновских лучей с использованием нестандартных интегральных уравнений // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2006. Вып. 32. С. 144—153.
3. Захаров Д. Д., Смирнов А. В., Федоров Б. А. Решение коллимационной задачи при малоугловом рентгеновском рассеянии на анизотропных объектах // Наносистемы: физика, химия, математика. 2011. Т. 2, № 3. С. 26—44.

#### Сведения об авторе

**Денис Дмитриевич Захаров** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра физики;  
E-mail: denzakharov@gmail.com

Рекомендована кафедрой  
физики

Поступила в редакцию  
07.06.11 г.

УДК 528.7; 528.711.1

В. Г. Андронов, С. В. Дегтярёв, И. А. Клочков, Ю. Н. Волобуев

### КООРДИНАТНО-ВРЕМЕННАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ СКАНЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЛИНЕЙКАМИ МАТРИЦ ПЗС

Рассмотрен процесс формирования геометрической и фотометрической структуры космических сканерных изображений линейками матриц ПЗС, расположенными в шахматном порядке в фокальной плоскости съемочной аппаратуры. Получены координатно-временные зависимости, описывающие функциональную связь между порядковыми номерами пикселей цифрового космического сканерного изображения и топологическими параметрами элементов оптико-электронного преобразователя.

**Ключевые слова:** космические сканерные изображения, матрицы ПЗС, оптико-электронный преобразователь, прямая фотограмметрическая задача.

В работе [1] представлены общая постановка и строгое решение орбитальным методом прямой фотограмметрической задачи для всех типов космических сканерных систем. Показано, что орбитальный метод основан на последовательном использовании двух моделей, а именно: общей геоорбитальной модели космической сканерной съемки и координатно-временной модели формирования сканерного изображения конкретного типа. Аналитические соотношения, описывающие первую модель, приведены авторами в работе [2].

В настоящей статье представлена вторая модель, описывающая в каждый момент съемки переход от порядковых номеров пикселей маршрута космического сканерного изображения к топологическим параметрам элементов фоточувствительной структуры сканера и времени их формирования. При этом в качестве фоточувствительной структуры сканера рассматривается оптико-электронный преобразователь (ОЭП) на приборах с зарядовой связью (ПЗС), интегрированных в две линейки матриц ПЗС и работающих в режиме задержки и накопления зарядовых пакетов.

Для увеличения полосы захвата сканера линейки ПЗС объединяются в два ряда матриц, причем нечетные матрицы расположены по направлению полета космического аппарата. Каждая матрица [3] с порядковым номером  $\lambda = \overline{1, \Lambda}$  содержит  $M$  столбцов и  $P$  строк элементов разложения (ПЗС), при этом последние и первые столбцы соответственно нечетного и четного рядов расположены на одной линии, т.е. матрицы размещены с перекрытием, а каждый ряд ПЗС-матриц функционирует в  $M$ -тактовом режиме накопления. Ряды матриц ПЗС с возрастанием порядковых номеров располагаются в фокальной плоскости сканера в шахматном порядке вдоль экспонирующей щели ОЭП. В рамках такой топологии ОЭП формирует две полосы изображений участков местности, примыкающих друг к другу в шахматном порядке. Каждая полоса изображения в каждом  $M$ -такте содержит  $M$  строк изображения. Изображения участков местности формируются при прохождении над этими участками ПЗС-элементов последних столбцов матриц. В этой связи последние столбцы с порядковым номером  $M$  в обоих рядах матриц ПЗС названы формирующими изображение краями ОЭП. Длительность одного такта формирования пиксела изображения описывается формулой  $\tau_T = \Delta l_x / V_{ПЗ}$ , где  $V_{ПЗ}$  — скорость движения зарядовых пакетов по линейке ПЗС.

В системе координат  $Oxy$  фокальной плоскости под абсциссой  $x$  элемента фоточувствительной структуры, формирующего в момент времени  $t$  изображение точки земной поверхности, понимается абсцисса  $x_{ф.к}$  формирующего края ОЭП, относящегося к матрицам ПЗС либо четного, либо нечетного ряда. В работе [3] представлены формулы для математического описания перехода от координаты  $n$  пиксела изображения к ее значению  $y_n$  в системе координат  $Oxy$ .

В одно и то же время относительно момента включения  $t_0$  сканера формируются две примыкающие друг к другу по оси  $Ox$  полосы сканерного изображения, причем смежные полосы изображений участков местности по оси  $Ox$  формируются в одинаковое время, а по оси  $Oy$  — в разное. При дальнейшей обработке изображений строки, смежные по оси  $Oy$ , приводят к единой составной строке, элементы которой имеют один и тот же порядковый номер  $k_\lambda = \overline{1, K}$ . Поскольку формирование смежных участков изображения матрицами нечетного ряда осуществляется с задержкой на величину  $\tau_\lambda$ , равную длительности одного  $M$ -такта, общая формула расчета времени формирования  $\tau_k$  единых строк изображения различными рядами матриц ПЗС имеет следующий вид:

$$\tau_k = k_\lambda \frac{\Delta l_x}{V_{ПЗ}} + \tau_\lambda,$$

где

$$\tau_\lambda = \begin{cases} 0, & \text{если } \lambda_n = 2\zeta; \zeta = 1, 2, 3, \dots; \\ \Delta l_x M / V_{ПЗ}, & \text{если } \lambda_n = 2\zeta + 1; \zeta = 1, 2, 3, \dots, \end{cases}$$

при этом порядковый номер матрицы ПЗС, содержащей элемент ПЗС с порядковым номером  $n$ , определяется по формуле

$$\lambda_n = \begin{cases} E [n/P] + 1, & \text{если } n \neq P; \\ n/P, & \text{если } n = P, \end{cases}$$

где оператор  $E$  и квадратные скобки означают операцию определения целой части числа.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов В. Г., Клочков И. А., Лазарева Е. В. Общая постановка и решение прямой фотограмметрической задачи для моноскопических космических изображений // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. Т. 7, № 4. С. 33—37.
2. Андронов В. Г., Дегтярёв С. В., Клочков И. А., Лазарева Е. В. Общая георбитальная модель космической сканерной съемки // Геоинформатика. 2010. № 1. С. 48—52.
3. Андронов В. Г., Дегтярёв С. В., Клочков И. А. Особенности формирования космических сканерных изображений линейками матриц ПЗС // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2010. Т. 8, № 7. С. 11—15.

*Сведения об авторах*

- Владимир Германович Андронов** — канд. техн. наук, доцент; Юго-Западный государственный университет, кафедра телекоммуникаций, Курск; E-mail: vladiA58@yandex.ru
- Сергей Викторович Дегтярёв** — д-р техн. наук, профессор; Юго-Западный государственный университет, кафедра информационных систем и технологий, Курск; E-mail: ist.@kistu.kursk.ru
- Иван Алексеевич Клочков** — Юго-Западный государственный университет, кафедра телекоммуникаций, Курск; инженер; E-mail: strogy2005@yandex.ru
- Юрий Николаевич Волобуев** — ФГУП „Курский НИИ“ МО РФ; инженер; E-mail: mryuga@bk.ru

Рекомендована кафедрой  
телекоммуникаций

Поступила в редакцию  
17.06.11 г.

## SUMMARY

P. 5—9.

### ADAPTATION OF PARAMETERS OF GENETIC ALGORITHM FOR COMPLEX FUNCTION OPTIMIZATION

The influence of parameters of the developed genetic algorithm for optimization process for complex functions is investigated. The interrelation of parameters is shown by search of a global extremum of complex function. Recommendations are formulated on application of the genetic algorithms to the problems in question.

**Keywords:** genetic algorithm, real coding, proportional selection, global optimization, test function, Rastrigin function, De Jong function, algorithm complexity.

#### *Data on authors*

- Igor B. Bondarenko* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design;  
E-mail: igorlitmo@rambler.ru
- Ekaterina A. Kalyaeva* — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design;  
E-mail: kate4kina@list.ru
- Dmitry N. Koksharov* — Cand. Techn. Sci.; Close Corporation NAVIS, St. Petersburg; Project Manager;  
E-mail: drobifmo@yandex.ru

P. 10—15.

### APPLICATION OF CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM ALGORITHM IN TECHNICAL VISION SYSTEMS

Application of continuous wavelet transform algorithm in technical vision system is considered. Capabilities of various measurement algorithms are analyzed in conditions of non-homogeneous illumination and blur of the image. A method is presented to improve linear size measurement in the image based on application of continuous wavelet transform for image border detection.

**Keywords:** vision system, size measurement, wavelet transform, virtual instrument.

#### *Data on authors*

- Vladimir E. Makhov* — Cand. Techn. Sci.; North-West State Technical University, Department of Control Instruments and Ecological Safety Systems, St. Petersburg; E-mail: wmahov@rambler.ru
- Anatoly I. Potapov* — Dr. Techn. Sci., Professor; North-West State Technical University, Department of Control Instruments and Ecological Safety Systems, St. Petersburg; E-mail: potapov@nwpi.ru

P. 15—21.

### FEATURES OF DISCRETE SIGNALS TRANSFORMATION IN DIGITAL INFORMATION TRANSFER CHANNELS

It is shown that with arbitrary sampling of discrete values of signal (for example, with the use of random-number generator in computer modeling), inverse transformations under Goldman formulas are generally incorrect, that is, inverse transformation does not give exact values of the initial signal. New formulas presented here give a correct result.

**Keywords:** discrete signals, Fourier transform, orthogonality.

#### *Data on author*

*Anna V. Volinskaya* — Cand. Techn. Sci.; Ural State University of Railway Transport, Department of Communication, Ekaterinburg; E-mail: anna-volinskaya@mail.ru

P. 22—27.

### ALGORITHM OF SUBINVARIANT CONTROL OVER OUTPUT OF LINEAR STRUCTURALLY INDEFINITE DYNAMIC OBJECT

The problem of subinvariant control over output of a priori parametrically, functionally, and structurally indefinite dynamic object. The proposed algorithm ensures the output signal to follow a referent signal with a prescribed accuracy. Numerical examples are presented to demonstrate efficiency of the scheme.

**Keywords:** structurally indefinite object, invariant control, robust control, compensation for disturbances.

#### *Data on author*

*Igor B. Furtat* — Cand. Techn. Sci.; Astrakhan State Technical University, Department of Mathematics in Engineering Education; E-mail: cainenash@mail.ru

P. 28—33.

### ALGORITHM OF SELF-ADJUSTMENT OF PENDULOUS AUTO-OSCILLATING ACCELEROMETER UNDER THE INFLUENCE OF HIGH-FREQUENCY PERIODIC DISTURBANCES

An algorithm of self-adjustment of pendulous compensating accelerometer is examined. Auto-oscillation operation mode of the accelerometer is shown to enable reduction of the mean-square error of apparent acceleration measurement in the presence of high-frequency periodic vibrations with a priori unknown parameters.

**Keywords:** pendulous compensating accelerometer, vibration, auto-oscillation regime, self-adjusting.

#### *Data on authors*

*Ivan V. Fominov* — Cand. Techn. Sci.; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Autonomous Control Systems, St. Petersburg; E-mail: jy79@rambler.ru

*Andrey N. Maletin* — Advanced Student; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Autonomous Control Systems, St. Petersburg; E-mail: maletin@bk.ru

**P. 34—38.****COMPARATIVE ANALYSIS OF COMPLEXITY OF FAST DIGITAL TRANSFORM REALIZATIONS ON RISC-PROCESSORS**

FFT algorithms arranged on a RISC-platform are considered. It is shown that radix-2 FFT algorithm optimized for speed has the lowest complexity measured in processor cycles.

**Keywords:** FFT, RISC, complexity.

*Data on authors*

- Eugeny P. Ovsyannikov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Information Systems; E-mail: eovs@mail.ru
- Sergey E. Petrov* — St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Institute of High-Tech Computer Technology; Junior Scientist; E-mail: petrovse@mail.ru
- Kirill V. Yurkov* — Cand. Techn. Sci.; Close Corporation “Intel”, St. Petersburg; Scientist; E-mail: yourkovkirill@mail.ru

**P. 38—43.****DEVELOPMENT OF INTERVAL RISK ESTIMATION SYSTEM**

Consideration of existing risk analysis systems reveals their common shortcomings. A new system is presented which is free of the above disadvantage. The developed method allows to get interval estimation of risks using heterogeneous initial information. A parallel realization of the developed system is described.

**Keywords:** security, risk estimation, heterogeneous information, parallel computing.

*Data on authors*

- Sergey V. Savkov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Systems Design; E-mail: sergsavkov@gmail.com
- Vladimir M. Shishkin* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences, Laboratory of Computer Information Systems and Information Security Problems; Senior Scientist; E-mail: vms@iias.spb.su

**P. 44—51.****APPLICATION OF REFERENT EXAMPLES PROCEDURE TO THE INVERSE SPECTROSCOPY PROBLEM SOLUTION BY A REGULARIZATION METHOD**

The inverse spectroscopy problem (restoration of the true spectrum from a measured spectrum with a known instrument function of the spectrometer by solving the first-kind Fredholm integral equation) is considered. Tikhonov regularization method is used to obtain a stable numerical solution to the being ill-posed problem equation, and the regularization parameter is chosen on the base of solutions for referent model problems. Numerical examples are presented.

**Keywords:** inverse problem of spectroscopy, integral equation, Tikhonov regularization method, a modeling way, spectrometer resolution, MatLab.

*Data on authors*

- Valery S. Sizikov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Measurement Technologies and Computer Tomography; E-mail: sizikov2000@mail.ru
- Alexander V. Krivykh* — Bachelor of Science; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Measurement Technologies and Computer Tomography; E-mail: krivykh1987@mail.ru

P. 52—57.

### MATHEMATICAL MODEL OF OSCILLATION FORMATION WITH THE USE OF PASSIVE DIGITAL SYNTHESIS

A mathematical model is developed for analysis and calculation of spectra of two- and multi-level oscillations with uniform and non-uniform phase sampling, as well as multi-level oscillations with finite accuracy of approximation points sampling. Analytical expressions are derived for spectra of oscillation with various envelopes.

**Keywords:** passive digital synthesis, accumulative summation, pulse counter, divider with fractional-variable division coefficient.

#### *Data on author*

*Yury A. Nikitin* — Cand. Techn. Sci.; Federal State Unitary Enterprise Radio Research and Development Institute, St. Petersburg Branch; Senior Scientists; E-mail: yuriyan@list.ru

P. 58—63.

### NOISE-IMMUNE RECEIVING OF PHASE-AMPLITUDE MODULATED SIGNALS WITH IMPERFECT QUADRATURE CHANNELS

A method is proposed to determine a tolerance on demodulator parameters in digital communication systems with quadrature amplitude-phase modulation. An expression is presented which relates the phase shift angle of carrier oscillations in quadrature channels of the demodulator with the error probability.

**Keywords:** nominal value, error probability deviation, quadrature amplitude-phase modulation, signal field, quadrature channels, threshold level.

#### *Data on authors*

*Anton Yu. Yanushkovsky* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Cinema and Television, Department of Technical Electronics; E-mail: yanushkovskiy@mail.ru

*Anatoly V. Krivosheikin* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Cinema and Television, Department of Technical Electronics; E-mail: krivav@yandex.ru

P. 64—70.

### GEOMETRICALLY SIMILAR MAGNETO-INDUCTIVE CONVERTERS FOR COATING THICKNESS GAUGES

The problems of development and optimization of characteristics of geometrically similar magneto-inductive converters used in thickness meters for protective coatings on ferromagnetic substrates are considered. Model calculations of technical specifications are presented for several variants of optimal converters.

**Keywords:** magneto-inductive converter, coating, thickness gauges, sensitivity.

#### *Data on author*

*Vladimir A. Syasko* — Cand. Techn. Sci.; North-West State Technical University, Department of Control Instruments and Ecological Safety Systems; St. Petersburg; E-mail: 9334343@rambler.ru

**P. 70—74.****CONCEPTUAL MODEL OF AUTOMATED SYSTEM FOR MANAGEMENT AND CONTROL OVER MULTILAYER OILFIELD DEVELOPMENT**

Conceptual model of an automated system for management and control over multilayer oilfield development is presented; basic functions of the system are described. Several problems of measuring system design are considered.

**Keywords:** conceptual model, computer-based system, multilayer oilfield.

*Data on authors*

- Anatoly V. Demin* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Informatics and Applied Mathematics;  
E-mail: dav\_60@mail.ru
- Tatiana E. Voytuk* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Informatics and Applied Mathematics;  
E-mail: tanya\_4ever@mail.ru

**P. 75—77.****SECONDARY CHROMATIC ABERRATIONS OF COLLIMATOR LENS OPERATING IN 400—900 NM RANGE**

In 400—900 nm spectral range, the secondary chromatic aberrations of a lens system consisting of a combination of "usual" glasses increase by a factor of 7.5 as compared with 480—643,8 nm range. It is shown that essential reduction of the secondary spectrum is achieved in three-lens systems with the use of at least one "special" glass.

**Keywords:** chromatic aberration, secondary spectrum, "special" glasses, Abbe diagram.

*Data on authors*

- Alexander P. Grammatin* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Applied and Computer Optics;  
E-mail: gramm44@rambler.ru
- Elena A. Tsyganok* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Applied and Computer Optics;  
E-mail: llenal@mail.ru

**P. 78—81.****ANALYSIS OF ERRORS IN MEASUREMENT OF LIGHT WAVE VECTOR CHARACTERISTICS BY INTERFERENCE POLARIMETRY METHOD**

Mathematical description of two coherent light beams interaction in an interference polarimeter is presented. Optical schematic of interference polarimeter with dual-frequency laser radiation source is described. An analysis of errors in measurement of light wave ellipsometry parameters is carried out. The results make it possible to develop the interference polarimeter hardware in such a way as to minimize the errors in question.

**Keywords:** interference polarimetry, ellipsometry, optical heterodyning, azimuth, ellipticity, beat signal.

*Data on authors*

- Vladimir A. Trofimov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid State Optoelectronics; E-mail: troftu@mail.ru
- Viktor T. Prokopenko* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid State Optoelectronics;  
E-mail: prokopenko@mail.ifmo.ru

- Yury T. Nagibin** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid State Optoelectronics; E-mail: nagibin77@mail.ru
- Maxim E. Aleksandrov** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid State Optoelectronics; E-mail: max.alx@gmail.com

P. 82—83.

### A SOFTWARE ENVIRONMENT FOR SOLVING THE PROBLEM OF ELIMINATION OF COLLIMATION DISTORTIONS IN SMALL-ANGLE X-RAY SCATTERING

A software environment applicable for removal of collimation distortions in X-ray small-angle scattering from anisotropic objects is proposed. The main stages of the software environment construction are described, several cases of practical interest are considered.

**Keywords:** software environment, experimental data processing scenario, collimation problem, anisotropic small-angle X-ray scattering.

#### *Data on author*

- Denis D. Zakharov** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Physics; E-mail: denzakharov@gmail.com

P. 83—85.

### COORDINATE-TEMPORAL MODEL OF SPACE SCANNER IMAGE FORMATION WITH CCD MATRIX LINE

Registration of space scanner image by CCD matrix is considered. The process of formation of geometrical and photometrical structure of the image is analyzed for the case of CCD lines arranged in a checkerboard pattern in the focal plane of the scanner device. Coordinate and temporal dependences are derived to describe functional relationship between pixel number of digital space scanner image and topographic parameters of opto-electronic converter elements.

**Keywords:** space scanner image, CCD matrix, opto-electronic converter, direct photogrammetric problem.

#### *Data on authors*

- Vladimir G. Andronov** — Cand. Techn. Sci.; South-West State University, Department of Telecommunication, Kursk; E-mail: vladiA58@yandex.ru
- Sergey V. Degtyarev** — Dr. Techn. Sci., Professor; South-West State University, Department of Information Systems and Technologies, Kursk; E-mail: ist.@kistu.kursk.ru
- Ivan A. Klochkov** — South-West State University, Department of Telecommunication, Kursk; Engineer; E-mail: storry2005@yandex.ru
- Yury N. Volobuev** — Federal State Unitary Ent. “Kursk Research Institute”, Russian Defense Ministry; Engineer; E-mail: mryura@bk.ru